

Capítulo 8

Autómatas lógicos a pila restringidos

En este capítulo se describe un nuevo tipo de autómata para los lenguajes de adjunción de árboles. Para ello hemos utilizado la estrecha relación existente entre las gramáticas lineales de índices y las gramáticas de cláusulas definidas, que nos ha permitido definir una versión restringida de los autómatas lógicos a pila adecuada para el reconocimiento de LIG y TAG, así como las técnicas de tabulación asociadas a distintas estrategias de análisis. Este capítulo está basado en [14].

8.1. Introducción

Los autómatas lógicos a pila (*Logic Push-Down Automata*, LPDA) [105, 56] son esencialmente una extensión de los autómatas a pila que en lugar de almacenar símbolos elementales en la pila almacenan elementos de la lógica de predicados de primer orden. Ello permite que sean utilizados para describir estrategias de prueba para programas de cláusulas definidas y en particular estrategias de análisis sintáctico para Gramáticas de Cláusulas Definidas (*Definite Clause Grammars*, DCG) [143]. Una característica muy importante de los autómatas lógicos a pila es que, independientemente de la estrategia de análisis que incorporen, pueden ser ejecutados eficientemente mediante una técnica de tabulación estándar [56, 52].

Podemos contemplar las gramáticas lineales de índices como un caso especial de las gramáticas de cláusulas definidas. En efecto, ambas son extensiones de las gramáticas independientes del contexto en las que los símbolos no-terminales han sido enriquecidos con información adicional, una pila de índices en el caso de las gramáticas lineales de índices y un conjunto de términos en el caso de las gramáticas de cláusulas definidas. En particular, una pila de índices se pueden representar como una lista en una gramática de cláusulas definidas, por lo que es posible traducir los elementos que componen una gramática lineal de índices en elementos de una gramática de cláusulas definidas. Para ello es preciso convertir los no-terminales en predicados unarios y las pilas de índices en listas, que constituirán su único argumento, así como utilizar variables para representar las partes dependientes de las pilas. En la tabla 8.1 se muestran las reglas de esta traducción de símbolos LIG en símbolos DCG. Mediante la extensión de este esquema de traducción a las producciones de la gramática obtendremos un conjunto de cláusulas definidas, tal como se muestra en la tabla 8.2, en donde $T(\Upsilon)$ denota la traducción de una secuencia de símbolos LIG en los correspondientes símbolos de una gramática de cláusulas definidas.

En este capítulo utilizamos los autómatas lógicos a pila para el análisis de lenguajes de adjunción de árboles. Para ello restringiremos los elementos que se pueden almacenar en la pila y especializaremos las técnica de tabulación para equiparar su complejidad espacial y temporal a la de los algoritmos tabulares de análisis sintáctico de gramáticas lineales de índices [15, 19] y de gramáticas de adjunción de árboles [8, 9], creando de este modo los *autómatas lógicos a pila*

Símbolo LIG	Símbolo DCG
$A[]$	$\text{big_a}([])$
$A[oo]$	$\text{big_a}(X)$
$A[oo\gamma]$	$\text{big_a}([\gamma X])$

Tabla 8.1: Traducción de símbolos LIG en símbolos DCG

Producción LIG	Cláusula definida
$A[oo] \rightarrow \Upsilon_1 B[oo] \Upsilon_2$	$\text{big_a}(X) \text{ --> } T(\Upsilon_1), \text{big_b}(X), T(\Upsilon_2) .$
$A[oo\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 B[oo] \Upsilon_2$	$\text{big_a}([\gamma X]) \text{ --> } T(\Upsilon_1), \text{big_b}(X), T(\Upsilon_2) .$
$A[oo] \rightarrow \Upsilon_1 B[oo\gamma] \Upsilon_2$	$\text{big_a}(X) \text{ --> } T(\Upsilon_1), \text{big_b}([\gamma X]), T(\Upsilon_2) .$
$A[] \rightarrow w$	$\text{big_a}([] \text{ --> } w .$

Tabla 8.2: Traducción de producciones LIG en cláusulas definidas

restringidos (Restricted Logic Push-Down Automata, RLPDA).

8.2. Autómatas lógicos a pila

Un autómat a pila es un mecanismo operacional consistente en una memoria de estado finito y una pila que conjuntamente determinan el estado del autómat a, más un conjunto finito de transiciones que definen los posibles cambios de estado en computaciones que parten de un estado inicial estándar. Una característica muy importante es que cada transición sólo puede consultar o cambiar un número acotado de elementos de la pila, contados a partir de su cima. Sin pérdida de generalidad, podemos considerar autómatas a pila sin memoria de estado finito, pues el valor que esta posee en un momento determinado puede ser almacenado en el elemento ubicado en la cima de la pila [24].

Los autómatas lógicos a pila [105, 56] son una generalización de los autómatas a pila que almacenan en la pila átomos definidos de acuerdo con un conjunto de predicados, funciones y variables en lugar de simples símbolos gramaticales. En el caso del análisis de gramáticas de cláusulas definidas, los elementos de la pila sirven habitualmente para representar el reconocimiento de un elemento gramatical que expande una parte determinada de la cadena de entrada.

Formalmente, un autómat a lógico a pila es una tupla $(P, \mathcal{F}, \mathcal{X}, \$_0, \$_f, \Theta)$ en la que:

- P es un conjunto finito de símbolos de predicado.
- \mathcal{F} es un conjunto finito de símbolos de función.
- \mathcal{X} es un conjunto finito de variables.
- $\$_0$ es el elemento inicial de la pila.
- $\$_f$ es el elemento final de la pila.

- Θ es un conjunto finito de transiciones, cada una de las cuales puede ser de uno de los tres tipos que se muestran a continuación, teniendo en cuenta que $a \in V_T \cup \{\epsilon\}$, las pilas ξ crecen hacia la derecha, A, C, E, F y G representan elementos de la pila y $\text{mgu}(x, y)$ es el unificador más general entre x e y .

SWAP: Transiciones de la forma $(C \xrightarrow{a} F)(\xi A) = (\xi F)\sigma$, donde $\sigma = \text{mgu}(A, C)$ y a es el siguiente terminal en la cadena de entrada o ϵ .

PUSH: Transiciones de la forma $(C \xrightarrow{a} CF)(\xi A) = (\xi AF)\sigma$, donde $\sigma = \text{mgu}(A, F)$ y a es el siguiente terminal en la cadena de entrada o ϵ .

POP: Transiciones de la forma $(CF \xrightarrow{a} G)(\xi EA) = (\xi G)\sigma$, donde $\sigma = \text{mgu}(\langle E, A \rangle, \langle C, F \rangle)$ y a es el siguiente terminal en la cadena de entrada o ϵ .

Definimos los *autómatas lógicos a pila restringidos* o RLPDA como la clase de los autómatas lógicos a pila que almacenan en la pila átomos de la forma $A[\alpha]$, donde A es un predicado unario y α es una lista de funciones 0-arias constantes denominadas índices. En consecuencia, un RLPDA queda definido por un tupla $(V_T, P, V_I, \mathcal{X}, \$_0, \$_f, \Theta)$, donde V_I es un conjunto finito de índices y V_T es un conjunto finito de símbolos terminales¹.

Una *configuración* de un autómata lógico a pila viene dada por un par (ξ, w) , donde ξ representa el contenido de la pila y w la parte de la cadena de entrada que resta por analizar. Una configuración (ξ, aw) deriva una configuración (ξ', w) , hecho denotado mediante $(\xi, aw) \vdash (\xi', w)$ si y sólo si existe una transición que aplicada a ξ devuelve ξ' y consume a de la cadena de entrada. En caso de ser necesario identificar una derivación d concreta, utilizaremos la notación \vdash_d . Denotamos por \vdash^* el cierre reflexivo y transitivo de \vdash . Decimos que una cadena de entrada w es aceptada por un autómata lógico a pila si $(\$_0, w) \vdash^* (\$_0 \$_f, \epsilon)$.

Una propiedad muy interesante de los autómatas lógicos a pila es que pueden ser interpretados en programación dinámica [56]. Ello se debe a que si tenemos la derivación

$$(B, a_{i+1} \dots a_j \dots a_n) \vdash^* (BC, a_{j+1} \dots a_n)$$

donde B y C son átomos lógicos almacenados en la pila, entonces se cumple

$$(\xi B, a_{i+1} \dots a_j \dots a_n) \vdash^* (\xi BC, a_{j+1} \dots a_n)$$

para toda pila ξ . Denominaremos *derivaciones independientes del contexto* a este tipo de derivaciones. Para representar una derivación independiente del contexto sólo precisamos almacenar los símbolos de pila B y C más las posiciones de la cadena de entrada i y j en las que dichos elementos fueron situados en la cima de la pila, puesto que la derivación es independiente de ξ . Utilizaremos la notación $[B, i, C, j]$ para representar cada uno de dichos ítems.

Puesto que B y C constituyen los dos elementos en la cima de la pila y puesto que todo elemento apilado es consecuencia de la aplicación de una secuencia de transiciones (una derivación), un ítem de la forma $[B, i, C, j]$ representa la existencia de una derivación

$$(\xi B, a_{i+1} \dots a_n) \vdash_d^* (\xi BC, a_{j+1} \dots a_n)$$

sin que a lo largo de la misma se haya modificado ξB . Abusando de la notación, podemos ver que el resultado de dicha derivación es análogo al de una hipotética transición PUSH

$$B \xrightarrow{a_{i+1} \dots a_j} BC$$

puesto que sólo depende de B y no se altera ni consulta ξ .

¹Aunque el conjunto de símbolos terminales forma parte de P en la definición de LPDA, hemos considerado conveniente darle entidad propia en la definición de los RLPDA puesto que estos últimos están orientados a una aplicación específica, como es el análisis sintáctico, en la que los símbolos terminales tienen especial relevancia.

Regla	Tarea
[INIT]	inicia los cálculos a partir de la pila inicial.
[CALL]	requiere el análisis de un determinado elemento gramatical que no es un hijo dependiente.
[SCALL]	(de <i>spine call</i>) requiere el análisis de un determinado elemento gramatical que es un hijo dependiente.
[SEL]	selecciona una producción.
[PUB]	determina que un elemento gramatical ya ha sido analizado.
[RET]	continúa el proceso de análisis después del reconocimiento de un elemento gramatical que no es un hijo dependiente.
[SRET]	(de <i>spine ret</i>) continúa el proceso de análisis después del reconocimiento de un elemento gramatical que es un hijo dependiente.
[SCAN]	reconoce los terminales que componen la cadena de entrada.

Tabla 8.3: Reglas para los esquemas de compilación de gramáticas lineales de índices

8.3. Esquemas de compilación de gramáticas lineales de índices

Un *esquema de compilación* es un conjunto de reglas que permite, a partir de una gramática lineal de índices y de una estrategia de análisis sintáctico, construir un autómata lógico a pila restringido que describa los cálculos que se pueden realizar con dicha gramática utilizando la estrategia de análisis elegida. Los esquemas de compilación que se van a mostrar a continuación se basan en el paradigma de llamada/retorno [55], utilizando para ello los 8 tipos de reglas mostrados en la tabla 8.3. A toda regla [CALL] le corresponde una regla [RET] y viceversa. Lo mismo se aplica a las reglas de tipo [SCALL] y [SRET]. Las reglas [INIT], [CALL], [SCALL] y [SEL] definen las transiciones del autómata encargadas de la fase predictiva del algoritmo de análisis mientras que las reglas [RET], [SRET] y [PUB] definen las transiciones encargadas de propagar la información en la fase ascendente. Por este motivo la fase descendente o predictiva de una estrategia de análisis cuando es implantada en un autómata a pila recibe el nombre de *fase de llamada* mientras que la fase ascendente recibe el nombre de *fase de retorno*.

Con el fin de simplificar el tratamiento de las producciones de la gramática supondremos que todas ellas son de la forma

$$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow A_{r,1}[\] \dots A_{r,l}[\circ\circ\gamma'] \dots A_{r,n_r}[\]$$

donde sólo uno de $\gamma, \gamma' \in V_I$ puede ser distinto de ϵ , y los terminales sólo aparecen en producciones unitarias de la forma $A_{r,0}[\] \rightarrow a$.

A continuación se mostrarán una serie de esquemas de compilación que incorporan diferentes estrategias de análisis de LIG en autómatas lógicos a pila restringidos. Las diferentes estrategias difieren en la cantidad de información predicha en la fase de llamada y en la cantidad de infor-

mación propagada en la fase de retorno, teniendo en cuenta que con respecto a una gramática lineal de índices para cada símbolo gramatical se puede predecir el no-terminal y/o la pila de índices y propagar el no-terminal y/o la pila de índices. Teniendo en cuenta estos factores nos referiremos a las diferentes estrategias utilizando el esquema

$$\langle \textit{estrategia-CF} \rangle - \langle \textit{estrategia-índices} \rangle$$

donde *estrategia-CF* se refiere al tipo de estrategia utilizada con respecto al no terminal y *estrategia-índices* al tipo de estrategia aplicado con respecto a la pila de índices asociada al no-terminal. Tanto *estrategia-CF* como *estrategia-índices* pueden tomar alguno de los valores siguientes:

descendente para indicar que se predice pero no se propaga el elemento involucrado (no-terminal o pila de índices).

ascendente para indicar que no se predice pero sí se propaga el elemento involucrado.

Earley para indicar que se predice y se propaga el elemento involucrado.

Para referirnos a todas las estrategias con un determinado comportamiento con respecto al no-terminal independientemente del comportamiento con respecto a la pila de índices utilizaremos la notación $\langle \textit{estrategia-CF} \rangle - *$ mientras que para referirnos al conjunto de estrategias que presentan un determinado comportamiento con respecto a la pila de índices independientemente del comportamiento con respecto al no-terminal utilizaremos la notación $* - \langle \textit{estrategia-índices} \rangle$.

8.3.1. Estrategia genérica

En primer lugar definiremos una estrategia genérica basada en el paradigma llamada/retorno, parametrizada con respecto a la información que se predice y propaga en las fases de llamada y de retorno, respectivamente. Utilizaremos la siguiente notación:

- $\overrightarrow{A_{r,s}}$ para referirnos a la predicción de información con respecto al no-terminal $A_{r,s}$.
- $\overrightarrow{\gamma}$ para indicar la predicción de información del índice γ .
- \overrightarrow{X} y $\overrightarrow{\circ\circ}$ es una extensión de la notación $\overrightarrow{\gamma}$ para representar la información predicha de una pila de índices X o $\circ\circ$.
- $\overleftarrow{A_{r,s}}$ para representar la información propagada con respecto al no-terminal $A_{r,s}$.
- $\overleftarrow{\gamma}$ para referirnos a la información propagada correspondiente al índice γ en la fase ascendente.
- \overleftarrow{X} y $\overleftarrow{\circ\circ}$ es una extensión de la notación $\overleftarrow{\gamma}$ para representar la información propagada de una pila de índices X o $\circ\circ$.

Esquema de compilación 8.1 El esquema de compilación genérico de una gramática lineal de índices en un autómata lógico a pila queda definido por el conjunto de reglas de compilación mostrado en la tabla 8.4 y por los elementos inicial $\$_0()$ y final $\overleftarrow{S}([])$. La primera columna de la tabla 8.4 indica el nombre de la regla, la segunda las transiciones generadas por la misma y la tercera las condiciones, generalmente referidas a la forma de las producciones, que se deben cumplir para que la regla sea aplicable. §

Con el fin de adaptar el esquema anterior a una notación más cercana a LIG suprimiremos los paréntesis que encierran los argumentos de los átomos (pues son redundantes al tener sólo uno), reemplazaremos X por $\circ\circ$ para representar todos los valores almacenados en una pila y denotaremos $[\gamma \mid X]$ mediante $[\circ\circ\gamma]$. Obtenemos así el siguiente esquema de compilación.

Esquema de compilación 8.2 El esquema de compilación genérico utilizando notación LIG de una gramática lineal de índices en un autómata lógico a pila restringido queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 8.5 y por los elementos inicial $\$0[]$ y final $\overleftarrow{S}[]$. §

En la tabla 8.6 se muestran los valores que deben tomar los parámetros de predicción y propagación de información para instanciar el esquema de compilación genérico en esquemas correspondientes a diferentes estrategias de análisis. En el caso de estrategias Earley-* es necesario distinguir la llamada de un no-terminal $A_{r,s+1}$ de su retorno, para lo cual utilizamos los símbolos $\overline{A_{r,s+1}}$ y $\overline{\overline{A_{r,s+1}}}$. En el caso de los índices esta diferenciación no es necesaria puesto que podemos determinar si el proceso de análisis se encuentra en la fase descendente o ascendente comprobando el valor del no-terminal, según lo definido para cada estrategia.

Para garantizar la corrección del autómata construido mediante la aplicación de una instancia del esquema de compilación genérico es suficiente con verificar que considerando conjuntamente la información proporcionada por la predicción y la proporcionada por la propagación podemos reconstruir el símbolo de que se trata [55]. Esto es equivalente a verificar que se cumple

$$\text{mgu}(\overline{A_{r,s}[\alpha]} \overleftarrow{A_{r,s}[\alpha]}, \overline{A_{l,0}[\beta]} \overleftarrow{A_{l,0}[\beta]}) = \text{mgu}(A_{r,s}[\alpha], A_{l,0}[\beta])$$

para cualquier producción l .

A continuación describiremos en detalle los esquemas de compilación para las diferentes estrategias de análisis.

8.3.2. Estrategias *-ascendentes

En las estrategias de análisis sintáctico *-ascendentes, la fase de llamada no predice ninguna información acerca de las pilas de índices, mientras que la fase de retorno propaga toda la información disponible de cada una de dichas pilas. A continuación mostramos diferentes esquemas de compilación para estas estrategias. En estos esquemas se ha aplicado una binarización implícita de las producciones de la gramática de tal modo que una producción

$$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow A_{r,1}[] \dots A_{r,l}[\circ\circ\gamma'] \dots A_{r,n_r}[]$$

se ha descompuesto en las siguientes $n_r + 1$ producciones

$$\begin{aligned} A_{r,0}[\circ\circ\gamma] &\rightarrow \nabla_{r,n_r}[\circ\circ\gamma] \\ \nabla_{r,n_r}[\circ\circ\gamma] &\rightarrow \nabla_{r,n_r-1}[\circ\circ\gamma] A_{r,n_r}[] \\ &\vdots \\ \nabla_{r,l}[\circ\circ\gamma] &\rightarrow \nabla_{r,l-1}[] A_{r,l}[\circ\circ\gamma'] \\ \nabla_{r,l-1}[\circ\circ] &\rightarrow \nabla_{r,l-2}[\circ\circ] A_{r,l-1}[] \\ &\vdots \\ \nabla_{r,1}[\circ\circ] &\rightarrow \nabla_{r,0}[\circ\circ] A_{r,1}[] \\ \nabla_{r,0}[] &\rightarrow \epsilon \end{aligned}$$

donde la pila de índices asociada a los $\nabla_{r,i}$, $i \in [0 \dots l-1]$ está vacía al ser heredada de $\nabla_{r,l-1}[]$.

[INIT]	$\$_0() \mapsto \$_0() \nabla_{0,0}([\])$	
[CALL]	$\nabla_{r,s}(X) \mapsto \nabla_{r,s}(X) \overrightarrow{A_{r,s+1}}([\])$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}([\overrightarrow{\gamma} \mid X]) \mapsto \nabla_{r,s}([\overrightarrow{\gamma} \mid X]) \overrightarrow{A_{r,s+1}}([\overrightarrow{\gamma'} \mid \overrightarrow{X}])$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SEL]	$\overrightarrow{A_{r,0}}(X) \mapsto \nabla_{r,0}(X)$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}(X) \mapsto \overleftarrow{A_{r,0}}(X)$	
[RET]	$\nabla_{r,s}(X) \overleftarrow{A_{r,s+1}}([\] \mapsto \nabla_{r,s+1}(X)$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SRET]	$\nabla_{r,s}([\overrightarrow{\gamma} \mid \overrightarrow{X}]) \overleftarrow{A_{r,s+1}}([\overleftarrow{\gamma'} \mid \overleftarrow{X}]) \mapsto \nabla_{r,s+1}([\overleftarrow{\gamma'} \mid \overleftarrow{X}])$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SCAN]	$\overrightarrow{A_{r,0}}([\]) \xrightarrow{a} \overleftarrow{A_{r,0}}([\])$	$A_{r,0}[\] \rightarrow a$

Tabla 8.4: Reglas del primer esquema de compilación genérico de LIG en RLPDA

[INIT]	$\$_0[\circ\circ] \mapsto \$_0[\circ\circ] \nabla_{0,0}[\]$	
[CALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}[\circ\circ] \overrightarrow{A_{r,s+1}}[\]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ\overrightarrow{\gamma}] \mapsto \nabla_{r,s}[\circ\circ\overrightarrow{\gamma}] \overrightarrow{A_{r,s+1}}[\circ\circ\overrightarrow{\gamma'}]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SEL]	$\overrightarrow{A_{r,0}}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,0}[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}[\circ\circ] \mapsto \overleftarrow{A_{r,0}}[\circ\circ]$	
[RET]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \overleftarrow{A_{r,s+1}}[\] \mapsto \nabla_{r,s+1}[\circ\circ]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SRET]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ\overrightarrow{\gamma}] \overleftarrow{A_{r,s+1}}[\circ\circ\overleftarrow{\gamma'}] \mapsto \nabla_{r,s+1}[\circ\circ\overleftarrow{\gamma'}]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SCAN]	$\overrightarrow{A_{r,0}}[\] \xrightarrow{a} \overleftarrow{A_{r,0}}[\]$	$A_{r,0}[\] \rightarrow a$

Tabla 8.5: Reglas del esquema de compilación genérico de LIG en RLPDA

estrategia-CF	estrategia-índices	$\overrightarrow{A_{r,s+1}}$	$\overrightarrow{\gamma}$	$\circ\circ$	$\overleftarrow{A_{r,s+1}}$	$\overleftarrow{\gamma}$	$\overleftarrow{\circ\circ}$
Ascendente	ascendente	\square	ϵ	ϵ	$A_{r,s+1}$	γ	$\circ\circ$
Earley		$\overline{A_{r,s+1}}$	ϵ	ϵ	$\overline{\overline{A_{r,s+1}}}$	γ	$\circ\circ$
Descendente		$A_{r,s+1}$	ϵ	ϵ	\square	γ	$\circ\circ$
Ascendente	Earley	\square	γ	$\circ\circ$	$A_{r,s+1}$	γ	$\circ\circ$
Earley		$\overline{A_{r,s+1}}$	γ	$\circ\circ$	$\overline{\overline{A_{r,s+1}}}$	γ	$\circ\circ$
Descendente		$A_{r,s+1}$	γ	$\circ\circ$	\square	γ	$\circ\circ$
Ascendente	descendente	\square	γ	$\circ\circ$	$A_{r,s+1}$	ϵ	ϵ
Earley		$\overline{A_{r,s+1}}$	γ	$\circ\circ$	$\overline{\overline{A_{r,s+1}}}$	ϵ	ϵ
Descendente		$A_{r,s+1}$	γ	$\circ\circ$	\square	ϵ	ϵ

Tabla 8.6: Parámetros del esquema de compilación genérico de LIG en RLPDA

Estrategia ascendente-ascendente

Esquema de compilación 8.3 El esquema de compilación ascendente-ascendente de una gramática lineal de índices en un autómata lógico a pila restringido queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 8.7 y por los elementos inicial $\$0[]$ y final $S[]$. Por construcción del esquema de compilación, la pila de índices asociada a cada no terminal de llamada \overline{A} es siempre $[]$, por lo que la regla [SCAN] que crea transiciones de tipo SWAP, ha sido convertida en una regla que define transiciones en las que el contenido de la pila de índices es propagado. §

Estrategia Earley-ascendente

Esquema de compilación 8.4 El esquema de compilación Earley-ascendente de una gramática lineal de índices en un autómata lógico a pila restringido utilizando propagación del contenido de la pila de índices en las reglas [SCAN] queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 8.8 y por los elementos inicial $\$0[]$ y final $\overline{S}[]$. §

Estrategia descendente-ascendente

Esquema de compilación 8.5 El esquema de compilación descendente-ascendente de una gramática lineal de índices en un autómata lógico a pila restringido utilizando propagación del contenido de la pila de índices en la regla [SCAN] queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 8.9 y por los elementos inicial $\$0[]$ y final $\square[]$. §

8.3.3. Estrategias *-Earley

Las estrategias *-Earley son estrategias mixtas en lo que respecta al tratamiento de la pila de índices, puesto que en la fase de llamada predice información acerca de la pila de índices mientras que en la fase de retorno propaga información de dicha pila. En los esquemas de compilación correspondientes a estas estrategias se ha aplicado una binarización implícita de las producciones de la gramática de tal modo que cada producción

$$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow A_{r,1}[] \dots A_{r,l}[\circ\circ\gamma'] \dots A_{r,n_r}[]$$

ha sido descompuesta en las siguientes $n_r + 1$ producciones

$$\begin{aligned} \overrightarrow{A_{r,0}[\circ\circ]} &\rightarrow \nabla_{r,0}[\circ\circ] \\ \nabla_{r,0}[\circ\circ] &\rightarrow A_{r,1}[] \nabla_{r,1}[\circ\circ] \\ &\vdots \\ \nabla_{r,l-1}[\circ\circ\gamma] &\rightarrow \overrightarrow{A_{r,l}[\circ\circ\gamma']} \\ \overleftarrow{A_{r,l}[\circ\circ\gamma']} &\rightarrow \nabla_{r,l}[\circ\circ\gamma] \\ \nabla_{r,l}[\circ\circ] &\rightarrow A_{r,l+1}[] \nabla_{r,l+1}[\circ\circ] \\ &\vdots \end{aligned}$$

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] \nabla_{0,0}[\]$	
[CALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}[\circ\circ] \square[\]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}[\circ\circ] \square[\]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SEL]	$\square[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,0}[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}[\circ\circ] \mapsto A_{r,0}[\circ\circ]$	
[RET]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] A_{r,s+1}[\] \mapsto \nabla_{r,s+1}[\circ\circ]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SRET]	$\nabla_{r,s}[\] A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \mapsto \nabla_{r,s+1}[\circ\circ\gamma]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SCAN]	$\square[\circ\circ] \xrightarrow{a} A_{r,0}[\circ\circ]$	tal que $A_{r,0}[\] \rightarrow a$

Tabla 8.7: Reglas del esquema de compilación ascendente-ascendente de LIG en RLPDA

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] \nabla_{0,0}[\]$	
[CALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}[\circ\circ] \overline{A_{r,s+1}[\]}$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}[\circ\circ] \overline{A_{r,s+1}[\]}$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SEL]	$\overline{A_{r,0}[\circ\circ]} \mapsto \nabla_{r,0}[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}[\circ\circ] \mapsto \overline{A_{r,0}[\circ\circ]}$	
[RET]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \overline{A_{r,s+1}[\]} \mapsto \nabla_{r,s+1}[\circ\circ]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SRET]	$\nabla_{r,s}[\] \overline{A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma']} \mapsto \nabla_{r,s+1}[\circ\circ\gamma]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SCAN]	$\overline{A_{r,0}[\circ\circ]} \xrightarrow{a} \overline{A_{r,0}[\circ\circ]}$	tal que $A_{r,0}[\] \rightarrow a$

Tabla 8.8: Reglas del esquema de compilación Earley-ascendente de LIG en RLPDA

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] \nabla_{0,0}[\]$	
[CALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}[\circ\circ] A_{r,s+1}[\]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}[\circ\circ] A_{r,s+1}[\]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SEL]	$A_{r,0}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,0}[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}[\circ\circ] \mapsto \square[\circ\circ]$	
[RET]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \square[\] \mapsto \nabla_{r,s+1}[\circ\circ]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SRET]	$\nabla_{r,s}[\] \square[\circ\circ\gamma'] \mapsto \nabla_{r,s+1}[\circ\circ\gamma]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SCAN]	$A_{r,0}[\circ\circ] \xrightarrow{a} \square[\circ\circ]$	tal que $A_{r,0}[\] \rightarrow a$

Tabla 8.9: Reglas del esquema de compilación descendente-ascendente de LIG en RLPDA

$$\begin{aligned}\nabla_{r,n_r-1}[\circ\circ] &\rightarrow A_{r,n_r}[\] \nabla_{r,n_r}[\circ\circ] \\ \nabla_{r,n_r}[\circ\circ] &\rightarrow \overleftarrow{A_{r,0}[\circ\circ]}\end{aligned}$$

Estrategia ascendente-Earley

Esquema de compilación 8.6 El esquema de compilación ascendente-Earley de una gramática lineal de índices en un autómata lógico a pila restringido queda definido en notación LIG por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 8.10 y por los elementos inicial $\$0[\]$ y final $S[\]$. §

Especial atención merece la regla [SRET], en la que las pilas $\circ\circ_1$ y $\circ\circ_2$ contienen los mismos elementos en el mismo orden y por consiguiente son unificables pero son pilas distintas, puesto que $\circ\circ_1$ es la pila predicha en la fase de llamada y $\circ\circ_2$ es la pila propagada en la fase de retorno. La igualdad de sus contenidos viene determinada por la definición de la espina de las gramáticas lineales de índices, pues dada una derivación, la pila en la espina puede ser construida de modo descendente o ascendente, siendo los valores almacenados en la misma idénticos en ambos casos [31, 32].

Podremos prescindir de los subíndices que diferencian la pila de índices de llamada y la de retorno en la regla de compilación [SRET] en aquellos casos en los que se entienda claramente el papel de cada una de las pilas de índices. En tales casos la regla

$$\nabla_{r,s}[\circ\circ\gamma] \overline{\overline{A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma']}} \mapsto \nabla_{r,s+1}[\circ\circ\gamma]$$

actuaría como abreviatura de la regla de compilación original.

Al contrario de lo que ocurre con otras estrategias, no es posible convertir la regla [SCAN] en $\overline{A}[\circ\circ] \xrightarrow{a} \overline{\overline{A_{r,0}[\circ\circ]}}$ ya que es preciso comprobar que la pila está vacía en el momento de realizar el reconocimiento de un terminal puesto que el esquema de compilación no impone ninguna restricción en el contenido de la pila ni en la fase de llamada (tal como hacen los esquemas de compilación *-ascendentes, que predicen una pila vacía) ni en la fase de retorno (tal como hacen los esquemas *-descendentes, que imponen la propagación de una pila de índices vacía). De no hacerlo así cualquier pila predicha en la fase de llamada podría ser erróneamente propagada en la fase de retorno, con lo cual el esquema de compilación no sería correcto.

Estrategia Earley-Earley

Esquema de compilación 8.7 El esquema de compilación Earley-Earley de una gramática lineal de índices en un autómata lógico a pila restringido queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 8.11 y por los elementos inicial $\$0[\]$ y final $\overline{\overline{S}}[\]$. §

Estrategia descendente-Earley

Esquema de compilación 8.8 El esquema de compilación Earley-Earley de una gramática lineal de índices en un autómata lógico a pila restringido queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 8.12 y por los elementos inicial $\$0[\]$ y final $\square[\]$. §

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] \nabla_{0,0}[\]$	
[CALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}[\circ\circ] \square[\]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ\gamma] \mapsto \nabla_{r,s}[\circ\circ\gamma] \square[\circ\circ\gamma']$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SEL]	$\square[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,0}[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}[\circ\circ] \mapsto A_{r,0}[\circ\circ]$	
[RET]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] A_{r,s+1}[\] \mapsto \nabla_{r,s+1}[\circ\circ]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SRET]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ_1\gamma] A_{r,s+1}[\circ\circ_2\gamma'] \mapsto \nabla_{r,s+1}[\circ\circ_2\gamma]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SCAN]	$\square[\] \xrightarrow{a} A_{r,0}[\]$	tal que $A_{r,0}[\] \rightarrow a$

Tabla 8.10: Reglas del esquema de compilación ascendente-Earley de LIG en RLPDA

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] \nabla_{0,0}[\]$	
[CALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}[\circ\circ] \overline{A_{r,s+1}[\]}$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ\gamma] \mapsto \nabla_{r,s}[\circ\circ\gamma] \overline{A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma']}$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SEL]	$\overline{A_{r,s+1}[\circ\circ]} \mapsto \nabla_{r,0}[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}[\circ\circ] \mapsto \overline{A_{r,0}[\circ\circ]}$	
[RET]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \overline{A_{r,s+1}[\]} \mapsto \nabla_{r,s+1}[\circ\circ]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SRET]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ_1\gamma] \overline{A_{r,s+1}[\circ\circ_2\gamma']} \mapsto \nabla_{r,s+1}[\circ\circ_2\gamma]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SCAN]	$\overline{A}[\] \xrightarrow{a} \overline{A_{r,0}[\]}$	tal que $A_{r,0}[\] \rightarrow a$

Tabla 8.11: Reglas del esquema de compilación Earley-Earley de LIG en RLPDA

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] \nabla_{0,0}[\]$	
[CALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}[\circ\circ] A_{r,s+1}[\]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ\gamma] \mapsto \nabla_{r,s}[\circ\circ\gamma] A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma']$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SEL]	$A_{r,s+1}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,0}[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}[\circ\circ] \mapsto \square[\circ\circ]$	
[RET]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \square[\] \mapsto \nabla_{r,s+1}[\circ\circ]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SRET]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ_1\gamma] \square[\circ\circ_2\gamma'] \mapsto \nabla_{r,s+1}[\circ\circ_2\gamma]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SCAN]	$A[\] \xrightarrow{a} \square[\]$	tal que $A_{r,0}[\] \rightarrow a$

Tabla 8.12: Reglas del esquema de compilación descendente-Earley de LIG en RLPDA

8.3.4. Estrategias *-descendentes

En una estrategia de análisis descendente, existe una fase de llamada en la que se predice toda la información posible y una fase de retorno en la que se propaga la mínima información posible. Esto se traduce, en el caso concreto de las estrategias *-descendentes, en que la fase de llamada predice la información correspondiente a las pilas de índices, mientras que no propaga ninguna información acerca de dichas pilas en la fase de retorno. A continuación mostramos diversos esquemas de compilación para estas estrategias. En estos esquemas se ha aplicado una binarización implícita de las producciones de la gramática de tal modo que una producción

$$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow A_{r,1}[\] \dots A_{r,l}[\circ\circ\gamma'] \dots A_{r,n_r}[\]$$

se ha descompuesto en las siguientes $n_r + 1$ producciones

$$\begin{aligned} A_{r,0}[\circ\circ\gamma] &\rightarrow \nabla_{r,0}[\circ\circ\gamma] \\ \nabla_{r,0}[\circ\circ\gamma] &\rightarrow A_{r,1}[\] \nabla_{r,1}[\circ\circ\gamma] \\ &\vdots \\ \nabla_{r,l-1}[\circ\circ\gamma] &\rightarrow A_{r,l}[\circ\circ\gamma'] \nabla_{r,l}[\] \\ \nabla_{r,l}[\circ\circ] &\rightarrow A_{r,l+1}[\] \nabla_{r,l+1}[\circ\circ] \\ &\vdots \\ \nabla_{r,n_r-1}[\circ\circ] &\rightarrow A_{r,n_r}[\] \nabla_{r,n_r}[\circ\circ] \\ \nabla_{r,n_r}[\] &\rightarrow \epsilon \end{aligned}$$

donde la pila de índices asociada a los $\nabla_{r,i}$, $i \in [l \dots n_r]$ está vacía al ser heredada de $\nabla_{r,l}[\]$.

Estrategia ascendente-descendente

Esquema de compilación 8.9 El esquema de compilación ascendente-descendente de una gramática lineal de índices en un autómata lógico a pila restringido queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 8.13 y por los elementos inicial $\$_0[\]$ y final $S[\]$. Por construcción del esquema de compilación, la pila de índices asociada a cada no terminal de retorno \overline{A} es siempre $[\]$, por lo que la regla **[SCAN]** que crea transiciones de tipo SWAP, ha sido convertida en una regla que define transiciones en las que el contenido de la pila de índices es propagado. §

Estrategia Earley-descendente

Esquema de compilación 8.10 El esquema de compilación Earley-descendente de una gramática lineal de índices en un autómata lógico a pila restringido utilizando propagación del contenido de la pila de índices en las reglas **[SCAN]** queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 8.14 y por los elementos inicial $\$_0[\]$ y final $\overline{S}[\]$. §

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] \nabla_{0,0}[\]$	
[CALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}[\circ\circ] \square[\]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ\gamma] \mapsto \nabla_{r,s}[\circ\circ\gamma] \square[\circ\circ\gamma']$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SEL]	$\square[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,0}[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}[\circ\circ] \mapsto A_{r,0}[\circ\circ]$	
[RET]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] A_{r,s+1}[\] \mapsto \nabla_{r,s+1}[\circ\circ]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SRET]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ\gamma] A_{r,s+1}[\] \mapsto \nabla_{r,s+1}[\]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SCAN]	$\square[\] \xrightarrow{a} A_{r,0}[\]$	$A_{r,0}[\] \rightarrow a$

Tabla 8.13: Reglas del esquema de compilación ascendente-descendente de LIG en RLPDA

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] \nabla_{0,0}[\]$	
[CALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}[\circ\circ] \overline{A_{r,s+1}[\]}$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ\gamma] \mapsto \nabla_{r,s}[\circ\circ\gamma] \overline{A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma']}$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SEL]	$\overline{A_{r,0}[\circ\circ]} \mapsto \nabla_{r,0}[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}[\circ\circ] \mapsto \overline{A_{r,0}[\circ\circ]}$	
[RET]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \overline{A_{r,s+1}[\]} \mapsto \nabla_{r,s+1}[\circ\circ]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SRET]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ\gamma] \overline{A_{r,s+1}[\]} \mapsto \nabla_{r,s+1}[\]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SCAN]	$\overline{A_{r,0}[\]} \xrightarrow{a} \overline{A_{r,0}[\]}$	$A_{r,0}[\] \rightarrow a$

Tabla 8.14: Reglas del esquema de compilación Earley-descendente de LIG en RLPDA

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] \nabla_{0,0}[\]$	
[CALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}[\circ\circ] A_{r,s+1}[\]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ\gamma] \mapsto \nabla_{r,s}[\circ\circ\gamma] A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma']$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SEL]	$A_{r,0}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,0}[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}[\circ\circ] \mapsto \square[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[RET]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \square[\] \mapsto \nabla_{r,s+1}[\circ\circ]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SRET]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ\gamma] \square[\] \mapsto \nabla_{r,s+1}[\]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SCAN]	$A_{r,0}[\] \xrightarrow{a} \square[\]$	$A_{r,0}[\] \rightarrow a$

Tabla 8.15: Reglas del esquema de compilación descendente-descendente de LIG en RLPDA

Estrategia descendente-descendente

Esquema de compilación 8.11 El esquema de compilación descendente-descendente de una gramática lineal de índices en un autómata lógico a pila restringido utilizando propagación del contenido de la pila de índices en las reglas [SCAN] queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 8.15 y por los elementos inicial $\$0[]$ y final $\square[]$. §

8.4. Estrategias de análisis de gramáticas de adjunción de árboles

Los autómatas lógicos a pila restringidos también son adecuadas para el análisis de gramáticas de adjunción de árboles. Para ello dotaremos de una nueva semántica a los elementos $A[\alpha]$ almacenados en la pila, puesto que en lugar de considerarlos elementos gramaticales de una gramática lineal de índices, consideraremos que A indica un nodo de un árbol elemental y que α indica la pila de adjunciones pendientes en dicho nodo.

De forma análoga a como hicimos en el caso de LIG, definiremos una serie de esquemas de compilación basados en el paradigma llamada/retorno [55], utilizando para ello los 12 tipos de reglas de compilación que se muestran en la tabla 8.16, cuyo significado intuitivo se muestra gráficamente en la figura 6.6 de la página 162. Las reglas de compilación [INIT], [CALL], [SCALL], [SEL], [ACALL] y [FCALL] serán las encargadas de crear las transiciones que definirán la *fase de llamada* del autómata, mientras que las reglas de compilación [RET], [SRET], [PUB], [ARET] y [FRET] serán las encargadas de crear las transiciones que definirán la *fase de retorno* del autómata.

Las estrategias utilizadas en el análisis de gramáticas de adjunción de árboles se definen mediante un par $\langle \text{estrategia-CF} \rangle - \langle \text{estrategia-adjunción} \rangle$ en el que *estrategia-CF* se refiere a la estrategia utilizada para el recorrido de los árboles elementales, que puede ser:

descendente si se predice el nodo que va a ser visitado pero no se propaga información acerca del nodo que acaba de ser visitado.

ascendente si no se predice el nodo que va a ser visitado pero se propaga información acerca del nodo que acaba de ser visitado.

Earley si se predice el nodo que va a ser visitado y se propaga información acerca del nodo que acaba de ser visitado.

mientras que *estrategia-adjunción* se refiere a la estrategia utilizada para el tratamiento de las adjunciones, que puede ser:

descendente si se almacena información del nodo de adjunción cuando se inicia la visita de la raíz del árbol auxiliar adjuntado.

ascendente si se almacena información del nodo de adjunción cuando se termina de visitar el nodo pie del árbol auxiliar adjuntado.

Earley si se almacena información del nodo de adjunción tanto cuando se inicia la visita de la raíz como cuando se termina de visitar el nodo pie del árbol auxiliar adjuntado.

Regla	Tarea
[INIT]	inicia los cálculos a partir de la pila inicial.
[CALL]	requiere el análisis de un determinado nodo que no forma parte de la espina de un árbol auxiliar.
[SCALL]	(de <i>spine call</i>) requiere el análisis de un determinado nodo que forma parte de la espina de un árbol auxiliar.
[SEL]	selecciona una producción de un árbol elemental.
[PUB]	determina que un nodo ha sido analizado.
[RET]	continúa el proceso de análisis después del reconocimiento de un nodo que no forma parte de la espina de un árbol auxiliar.
[SRET]	(de <i>spine ret</i>) continúa el proceso de análisis después del reconocimiento de un nodo que forma parte de la espina de un árbol auxiliar.
[SCAN]	reconoce los terminales que componen la cadena de entrada.
[ACALL]	inicia la operación de adjunción de un árbol a un nodo.
[ARET]	termina la operación de adjunción de un árbol a un nodo.
[FCALL]	comienza a reconocer la parte escindida de un árbol elemental que debe ser pegada al nodo pie de un árbol auxiliar.
[FRET]	termina de reconocer el nodo pie de un árbol auxiliar.

Tabla 8.16: Reglas para los esquemas de compilación de gramáticas de adjunción de árboles

Para referirnos a todas las estrategias con un determinado comportamiento con respecto al recorrido de los árboles elementales, independientemente del comportamiento con respecto al tratamiento de la adjunción, utilizaremos la notación $\langle \textit{estrategia-CF} \rangle - *$. Para referirnos al conjunto de estrategias que presentan un determinado comportamiento con respecto al tratamiento de las adjunciones, independientemente del comportamiento con respecto al recorrido de los árboles elementales, utilizaremos la notación $* - \langle \textit{estrategia-adjunción} \rangle$. Con ello logramos homogeneizar la nomenclatura de las estrategias de análisis, tanto para el caso de las TAG como de las LIG.

8.4.1. Estrategia genérica

En primer lugar definiremos una estrategia genérica basada en el paradigma llamada/retorno, parametrizada con respecto a la información que se predice y propaga en las fases de llamada y de retorno, respectivamente. Utilizaremos la siguiente notación:

- $\overrightarrow{N_{r,s}^\gamma}$ para referirnos a la predicción de información con respecto al nodo $N_{r,s}^\gamma$ del árbol elemental γ .
- $\overrightarrow{\circ\circ}$ representa la información predicha de una pila completa de adjunciones pendientes.
- $\overleftarrow{N_{r,s}^\gamma}$ para representar la información propagada con respecto al nodo $N_{r,s}^\gamma$ del árbol elemental γ .
- $\overleftarrow{\circ\circ}$ representa la información propagada de una pila completa de adjunciones pendientes.

Esquema de compilación 8.12 El esquema de compilación genérico de una gramática de adjunción de árboles en un autómata lógico a pila restringido queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 8.17 y los elementos inicial $\$0[]$ y final $\overleftarrow{\top}^\alpha[]$, con $\alpha \in \mathbf{I}$. §

En la tabla 8.18 se muestran los valores que deben tomar los parámetros de predicción y propagación de información para instanciar el esquema de compilación genérico en esquemas correspondientes a diferentes estrategias de análisis. En el caso de estrategias Earley-* es necesario distinguir la llamada de un nodo $N_{r,s+1}^\gamma$ de su retorno, para lo cual utilizamos los símbolos $\overrightarrow{N_{r,s+1}^\gamma}$ y $\overleftarrow{N_{r,s+1}^\gamma}$. En aquellas estrategias en las que $\overrightarrow{\circ\circ}$ y $\overleftarrow{\circ\circ}$ son ambos distintos de ϵ , deben de ser incluidas restricciones adicionales en la regla de compilación [SRET] que establezcan que el contenido de $\overrightarrow{\circ\circ}$ y $\overleftarrow{\circ\circ}$ debe unificar, es decir, ambas pilas de adjunciones pendientes deben contener los mismos nodos.

A continuación se muestran los esquemas de compilación correspondientes a las diferentes estrategias de análisis, según los valores de la tabla 8.18.

8.4.2. Estrategias *-ascendentes

Las estrategias *-ascendentes se caracterizan por no almacenar ninguna información acerca del nodo de adjunción en el momento de predecir una adjunción. En cambio, cuando se ha terminado de reconocer el subárbol que cuelga de un nodo de adjunción N^γ y se trata de pasar al nodo pie de un árbol auxiliar β que puede ser adjuntado en dicho nodo, se guarda información acerca de N^γ , información que será propagada ascendentemente por la espina de β hasta llegar a la raíz, momento en el cual esa información será utilizada para garantizar que continuamos el análisis en el nodo N^γ .

Estrategia ascendente-ascendente

Esquema de compilación 8.13 El esquema de compilación ascendente-ascendente de una gramática de adjunción de árboles en un autómata lógico a pila restringido queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 8.19 y por los elementos inicial $\$0[]$ y final $\top^\alpha[]$, con $\alpha \in \mathbf{I}$. Con respecto al esquema de compilación genérico, la regla de compilación [SCAN] ha sido modificada aunque dicha modificación no afecta a su comportamiento puesto que por construcción del esquema de compilación, la pila de índices asociada a cada nodo $\overrightarrow{N^\gamma}$ es siempre $[]$. §

[INIT]	$\$_0[\circ\circ] \mapsto \$_0[\circ\circ] \nabla_{0,0}^\alpha[]$	$\alpha \in I$
[CALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overrightarrow{N_{r,s+1}^\gamma}[]$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overrightarrow{N_{r,s+1}^\gamma}[\overrightarrow{\circ\circ}]$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SEL]	$\overrightarrow{N_{r,0}^\gamma}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,0}^\gamma[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \overleftarrow{N_{r,0}^\gamma}[\circ\circ]$	
[RET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overleftarrow{N_{r,s+1}^\gamma}[] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SRET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overleftarrow{N_{r,s+1}^\gamma}[\overleftarrow{\circ\circ}] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\overleftarrow{\circ\circ}]$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCAN]	$\overrightarrow{N_{r,0}^\gamma}[] \xrightarrow{a} \overleftarrow{N_{r,0}^\gamma}[]$	$N_{r,0}^\gamma[] \rightarrow a$
[ACALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overleftarrow{\top}^\beta[\overrightarrow{\circ\circ} \overrightarrow{N_{r,s+1}^\gamma}]$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[ARET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\overrightarrow{\circ\circ}] \overleftarrow{\top}^\beta[\overleftarrow{\circ\circ} \overleftarrow{N_{r,s+1}^\gamma}] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\overleftarrow{\circ\circ}]$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FCALL]	$\nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ \overrightarrow{N_{r,s+1}^\gamma}] \mapsto \nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ \overrightarrow{N_{r,s+1}^\gamma}] \overrightarrow{N_{r,s+1}^\gamma}[\overrightarrow{\circ\circ}]$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta, \beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FRET]	$\nabla_{f,0}^\beta[\overrightarrow{\circ\circ} \overrightarrow{N_{r,s+1}^\gamma}] \overleftarrow{N_{r,s+1}^\gamma}[\overleftarrow{\circ\circ}] \mapsto \nabla_{f,1}^\beta[\overleftarrow{\circ\circ} \overleftarrow{N_{r,s+1}^\gamma}]$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta, \beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$

Tabla 8.17: Reglas del esquema de compilación genérico de TAG en RLPDA

Estrategia-CF	Estrategia-adjunción	$\overrightarrow{N_{r,s+1}^\gamma}$	$\overrightarrow{\circ\circ} \overrightarrow{N_{r,s+1}^\gamma}$	$\overleftarrow{N_{r,s+1}^\gamma}$	$\overleftarrow{\circ\circ} \overleftarrow{N_{r,s+1}^\gamma}$
Ascendente		\square	ϵ	$N_{r,s+1}^\gamma$	$\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma$
Earley	ascendente	$\overline{N_{r,s+1}^\gamma}$	ϵ	$\overline{\overline{N_{r,s+1}^\gamma}}$	$\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma$
Descendente		$N_{r,s+1}^\gamma$	ϵ	\square	$\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma$
Ascendente		\square	$\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma$	$N_{r,s+1}^\gamma$	$\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma$
Earley	Earley	$\overline{N_{r,s+1}^\gamma}$	$\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma$	$\overline{\overline{N_{r,s+1}^\gamma}}$	$\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma$
Descendente		$N_{r,s+1}^\gamma$	$\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma$	\square	$\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma$
Ascendente		\square	$\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma$	$N_{r,s+1}^\gamma$	ϵ
Earley	descendente	$\overline{N_{r,s+1}^\gamma}$	$\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma$	$\overline{\overline{N_{r,s+1}^\gamma}}$	ϵ
Descendente		$N_{r,s+1}^\gamma$	$\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma$	\square	ϵ

Tabla 8.18: Parámetros del esquema de compilación genérico de TAG en RLPDA

Estrategia Earley-ascendente

Esquema de compilación 8.14 El esquema de compilación Earley-ascendente de una gramática de adjunción de árboles en un autómata lógico a pila restringido queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 8.20 y por los elementos inicial $\$_0[]$ y final $\overline{\top}^\alpha[]$, con $\alpha \in I$. §

Estrategia descendente-ascendente

Esquema de compilación 8.15 El esquema de compilación descendente-ascendente de una gramática de adjunción de árboles en un autómata lógico a pila restringido queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 8.21 y por los elementos inicial $\$_0[]$ y final $\square[]$. §

8.4.3. Estrategias *-Earley

Las estrategias *-Earley se caracterizan porque almacenan información acerca del nodo de adjunción en el momento de predecir una adjunción y también en el momento en el que se retorna al nodo pie del árbol auxiliar una vez que ha sido recorrido el subárbol que cuelga del nodo de adjunción. En consecuencia, se chequea la consistencia de los árboles involucrados en una adjunción tanto en la fase de llamada como en la fase de retorno.

Estrategia ascendente-Earley

Esquema de compilación 8.16 El esquema de compilación ascendente-Earley de una gramática de adjunción de árboles en un autómata lógico a pila restringido queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 8.22 y por los elementos inicial $\$_0[]$ y final $\top^\alpha[]$, con $\alpha \in I$. §

Estrategia Earley-Earley

Esquema de compilación 8.17 El esquema de compilación Earley-Earley de una gramática de adjunción de árboles en un autómata lógico a pila restringido queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 8.23 y por los elementos inicial $\$_0[]$ y final $\overline{\top}^\alpha[]$, con $\alpha \in I$. §

Estrategia descendente-Earley

Esquema de compilación 8.18 El esquema de compilación descendente-Earley de una gramática de adjunción de árboles en un autómata lógico a pila restringido queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 8.24 y por los elementos inicial $\$_0[]$ y final $\square[]$. §

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] \nabla_{0,0}^\alpha[]$	$\alpha \in I$
[CALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \square[]$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \square[]$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SEL]	$\square[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,0}^\gamma[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}^\gamma[\circ\circ] \mapsto N_{r,0}^\gamma[\circ\circ]$	
[RET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] N_{r,s+1}^\gamma[] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SRET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[] N_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCAN]	$\square[\circ\circ] \xrightarrow{a} N_{r,0}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,0}^\gamma[] \rightarrow a$
[ACALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \square[]$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[ARET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[] \top^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FCALL]	$\nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ] \mapsto \nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ] \square[]$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta, \beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FRET]	$\nabla_{f,0}^\beta[] N_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{f,1}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma]$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta, \beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$

Tabla 8.19: Reglas del esquema de compilación ascendente-ascendente de TAG en RLPDA

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] \nabla_{0,0}^\alpha[]$	$\alpha \in I$
[CALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overline{N_{r,s+1}^\gamma}[]$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overline{N_{r,s+1}^\gamma}[]$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SEL]	$\overline{N_{r,0}^\gamma}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,0}^\gamma[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \overline{\overline{N_{r,0}^\gamma}}[\circ\circ]$	
[RET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overline{\overline{N_{r,s+1}^\gamma}}[] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SRET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[] \overline{\overline{N_{r,s+1}^\gamma}}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCAN]	$\overline{N_{r,0}^\gamma}[\circ\circ] \xrightarrow{a} \overline{\overline{N_{r,0}^\gamma}}[\circ\circ]$	$N_{r,0}^\gamma[] \rightarrow a$
[ACALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overline{\top^\beta}[]$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[ARET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overline{\overline{\top^\beta}}[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FCALL]	$\nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ] \mapsto \nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ] \overline{N_{r,s+1}^\gamma}[]$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta, \beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FRET]	$\nabla_{f,0}^\beta[] \overline{\overline{N_{r,s+1}^\gamma}}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{f,1}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma]$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta, \beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$

Tabla 8.20: Reglas del esquema de compilación Earley-ascendente de TAG en RLPDA

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] \nabla_{0,0}^\alpha []$	$\alpha \in I$
[CALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] N_{r,s+1}^\gamma []$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] N_{r,s+1}^\gamma []$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SEL]	$N_{r,0}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,0}^\gamma[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \square[\circ\circ]$	
[RET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \square[] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SRET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[] \square[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCAN]	$N_{r,0}^\gamma[\circ\circ] \xrightarrow{a} \square[\circ\circ]$	$N_{r,0}^\gamma [] \rightarrow a$
[ACALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \top^\beta []$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[ARET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \square[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FCALL]	$\nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ] \mapsto \nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ] N_{r,s+1}^\gamma []$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta$, $\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FRET]	$\nabla_{f,0}^\beta[] \square[\circ\circ] \mapsto \nabla_{f,1}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma]$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta$, $\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$

Tabla 8.21: Reglas del esquema de compilación descendente-ascendente de TAG en RLPDA

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] \nabla_{0,0}^\alpha []$	$\alpha \in I$
[CALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \square[]$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \square[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SEL]	$\square[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,0}^\gamma[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}^\gamma[\circ\circ] \mapsto N_{r,0}^\gamma[\circ\circ]$	
[RET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] N_{r,s+1}^\gamma [] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SRET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] N_{r,s+1}^\gamma [\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCAN]	$\square[] \xrightarrow{a} N_{r,0}^\gamma []$	$N_{r,0}^\gamma [] \rightarrow a$
[ACALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \square[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma]$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[ARET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \top^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FCALL]	$\nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] \mapsto \nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] \square[\circ\circ]$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta$, $\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FRET]	$\nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] N_{r,s+1}^\gamma [\circ\circ] \mapsto \nabla_{f,1}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma]$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta$, $\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$

Tabla 8.22: Reglas del esquema de compilación ascendente-Earley de TAG en RLPDA

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] \nabla_{0,0}^\alpha[]$	$\alpha \in I$
[CALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overline{N_{r,s+1}^\gamma}[]$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overline{N_{r,s+1}^\gamma}[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SEL]	$\overline{N_{r,0}^\gamma}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,0}^\gamma[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \overline{\overline{N_{r,0}^\gamma}}[\circ\circ]$	
[RET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overline{\overline{N_{r,s+1}^\gamma}}[] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SRET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overline{\overline{N_{r,s+1}^\gamma}}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCAN]	$\overline{N_{r,0}^\gamma}[] \xrightarrow{a} \overline{\overline{N_{r,0}^\gamma}}[]$	$N_{r,0}^\gamma[] \rightarrow a$
[ACALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overline{\overline{\top}^\beta}[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma]$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[ARET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overline{\overline{\top}^\beta}[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FCALL]	$\nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] \mapsto \nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] \overline{N_{r,s+1}^\gamma}[\circ\circ]$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta$, $\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FRET]	$\nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] \overline{\overline{N_{r,s+1}^\gamma}}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{f,1}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma]$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta$, $\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$

Tabla 8.23: Reglas del esquema de compilación Earley-Earley de TAG en RLPDA

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] \nabla_{0,0}^\alpha[]$	$\alpha \in I$
[CALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] N_{r,s+1}^\gamma[]$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] N_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SEL]	$N_{r,0}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,0}^\gamma[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \square[\circ\circ]$	
[RET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \square[] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SRET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \square[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCAN]	$N_{r,0}^\gamma[] \xrightarrow{a} \square[]$	$N_{r,0}^\gamma[] \rightarrow a$
[ACALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overline{\top}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma]$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[ARET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \square[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FCALL]	$\nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] \mapsto \nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] N_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta$, $\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FRET]	$\nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] \square[\circ\circ] \mapsto \nabla_{f,1}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma]$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta$, $\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$

Tabla 8.24: Reglas del esquema de compilación descendente-Earley de TAG en RLPDA

8.4.4. Estrategias *-descendentes

Las estrategias *-descendentes se caracterizan porque cuando se predice una adjunción se almacena información acerca del nodo de adjunción. Dicha información es transmitida por la espina del árbol auxiliar adjuntado, de tal modo que al llegar al nodo pie puede ser utilizada para determinar con seguridad el subárbol que debe colgar de dicho nodo pie. En cambio, una vez que se termina el análisis de dicho subárbol y se retorna al nodo pie, no se almacena información alguna en referencia al nodo de adjunción.

Estrategia ascendente-descendente

Esquema de compilación 8.19 El esquema de compilación ascendente-descendente de una gramática de adjunción de árboles en un autómata lógico a pila restringido queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 8.25 y por los elementos inicial $\$0[]$ y final $\top^\alpha[]$, con $\alpha \in I$. Con respecto al esquema de compilación genérico, la regla de compilación [SCAN] ha sido modificada aunque dicha modificación no afecta a su comportamiento puesto que por construcción del esquema de compilación, la pila de índices asociada a cada nodo \overleftarrow{N}^γ es siempre $[]$. §

Estrategia Earley-descendente

Esquema de compilación 8.20 El esquema de compilación Earley-descendente de una gramática de adjunción de árboles en un autómata lógico a pila restringido queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 8.26 y por los elementos inicial $\$0[]$ y final $\overline{\top}^\alpha[]$, con $\alpha \in I$. §

Estrategia descendente-descendente

Esquema de compilación 8.21 El esquema de compilación descendente-descendente de una gramática de adjunción de árboles en un autómata lógico a pila restringido queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 8.27 y por los elementos inicial $\$0[]$ y final $\square[]$. §

8.5. Tabulación de los autómatas lógicos a pila restringidos

Cualquier esquema de compilación de DCG en LPDA se convierte automáticamente en un esquema de compilación para LIG cuando se restringe su aplicación a este tipo de gramáticas y, por tanto, es posible aplicar la técnica general de tabulación de los autómatas lógicos a pila al caso de los RLPDA. Efectivamente, en un autómata lógico a pila restringido tenemos que dada una derivación

$$(B[\alpha], a_{i+1} \dots a_n) \vdash_d^* (B[\alpha] C[\beta], a_{j+1} \dots a_n)$$

se cumple

$$(\xi B[\alpha], a_{i+1} \dots a_n) \vdash_d^* (\xi B[\alpha] C[\beta], a_{j+1} \dots a_n)$$

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] \nabla_{0,0}^\alpha []$	$\alpha \in \mathbf{I}$
[CALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \square []$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \square[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SEL]	$\square[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,0}^\gamma[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}^\gamma[\circ\circ] \mapsto N_{r,0}^\gamma[\circ\circ]$	
[RET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] N_{r,s+1}^\gamma [] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SRET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] N_{r,s+1}^\gamma [] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma []$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCAN]	$\square[\circ\circ] \xrightarrow{a} N_{r,0}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,0}^\gamma [] \rightarrow a$
[ACALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \square[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma]$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[ARET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \top^\beta [] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma []$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FCALL]	$\nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] \mapsto \nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] \square[\circ\circ]$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta$, $\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FRET]	$\nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] N_{r,s+1}^\gamma [] \mapsto \nabla_{f,1}^\beta []$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta$, $\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$

Tabla 8.25: Reglas del esquema de compilación ascendente-descendente de TAG en RLPDA

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] \nabla_{0,0}^\alpha []$	$\alpha \in \mathbf{I}$
[CALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overline{N_{r,s+1}^\gamma} []$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overline{N_{r,s+1}^\gamma}[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SEL]	$\overline{N_{r,0}^\gamma}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,0}^\gamma[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \overline{\overline{N_{r,0}^\gamma}}[\circ\circ]$	
[RET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overline{\overline{N_{r,s+1}^\gamma}} [] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SRET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overline{\overline{N_{r,s+1}^\gamma}} [] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma []$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCAN]	$\overline{N_{r,0}^\gamma} [] \xrightarrow{a} \overline{\overline{N_{r,0}^\gamma}} []$	$N_{r,0}^\gamma [] \rightarrow a$
[ACALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overline{\top^\beta}[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma]$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[ARET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overline{\overline{\top^\beta}} [] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma []$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FCALL]	$\nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] \mapsto \nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] \overline{N_{r,s+1}^\gamma}[\circ\circ]$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta$, $\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FRET]	$\nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] \overline{\overline{N_{r,s+1}^\gamma}} [] \mapsto \nabla_{f,1}^\beta []$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta$, $\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$

Tabla 8.26: Reglas del esquema de compilación Earley-descendente de TAG en RLPDA

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] \nabla_{0,0}^\alpha []$	$\alpha \in I$
[CALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] N_{r,s+1}^\gamma []$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] N_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SEL]	$N_{r,0}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,0}^\gamma[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \square[\circ\circ]$	
[RET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \square[] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SRET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \square[] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma []$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCAN]	$N_{r,0}^\gamma [] \xrightarrow{a} \square []$	$N_{r,0}^\gamma [] \rightarrow a$
[ACALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \top^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma]$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[ARET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \square[] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma []$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FCALL]	$\nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] \mapsto \nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] N_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta, \beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FRET]	$\nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] \square[] \mapsto \nabla_{f,1}^\beta []$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta, \beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$

Tabla 8.27: Reglas del esquema de compilación descendente-descendente de TAG en RLPDA

En este caso, una derivación independiente del contexto podría ser representada de forma condensada por un ítem $[B[\alpha], i, C[\beta], j]$ que almacenase $B[\alpha]$, $C[\beta]$ y las posiciones i y j en que dichos elementos fueron situados en la cima de la pila del RLPDA.

Existe un diferencia fundamental entre LPDA y RLPDA en lo referente a la complejidad computacional: mientras que las DCG son no-decidibles en el caso general, las gramáticas lineales de índices y las gramáticas de adjunción de árboles son analizables con complejidad polinómica. Desafortunadamente, los esquemas de compilación para gramáticas de cláusulas definidas cuando son aplicados a gramáticas lineales de índices no garantizan la decidibilidad, puesto que las gramáticas lineales de índices no poseen en general las propiedades clásicas que garantizan la terminación del análisis, como la capacidad de ser analizadas en modo diferido² [144] o tener profundidad acotada³ [77].

Las gramáticas lineales de índices y las gramáticas de adjunción de árboles poseen propiedades que utilizadas adecuadamente permite asegurar la decidibilidad de su análisis sintáctico, incluso en tiempo polinómico. En el caso de TAG nos referimos a la independencia del contexto de la operación de adjunción, puesto que podemos determinar si un árbol auxiliar es adjuntable o no en un nodo a partir de la información proporcionada por dicho nodo. En el caso de LIG nos referimos a la propiedad de independencia del contexto de las gramáticas lineales de índices (definición 2.1, página 33), según la cual la aplicabilidad de una producción en un momento dado viene determinada por la coincidencia del no-terminal que se trate de reducir o expandir con el lado izquierdo de dicha producción y por cierta información del contexto que viene dada por a lo sumo un elemento en la cima de la pila de índices asociada con dicho no-terminal.

Utilizando estas propiedades podemos diseñar una técnica de tabulación específica de los

² *off-line parseability.*

³ *depth-boundness.*

autómatas lógicos a pila restringidos. Para ello, diferenciaremos los siguientes tipos de derivaciones:

Derivaciones de llamada. Son aquellas derivaciones producidas durante la fase de llamada o descendente de la estrategia.

Derivaciones de retorno. Son aquellas derivaciones producidas durante la fase de retorno o ascendente de la estrategia de análisis.

Derivaciones de puntos especiales. Son derivaciones que llevan a configuraciones que representan el inicio o el final de una pila de índices. En las estrategias *-ascendentes estas derivaciones son asimilables a las derivaciones de llamada. Sin embargo, en las estrategias *-Earley y *-descendentes ambos tipos de derivaciones deben ser diferenciados.

Para representar estos tipos de derivaciones definiremos las correspondientes clases de *ítems de llamada*, *ítems de retorno* e *ítems de puntos especiales*. En ellos se almacenará información suficiente para reconstruir la evolución de la pila del autómata. Para facilitar su manejo, consideraremos que cada ítem consta de dos partes diferenciadas:

- Una *cabeza*⁴ que almacena información del estado del autómata necesaria para poder determinar si una transición es aplicable. Habitualmente incluirá los no-terminales de uno o dos elementos en la cima de la pila y el índice en la cima de la pila de índices.
- Una *cola*⁵ que almacena la información que permitirá recuperar el resto de los componentes de las pilas de índices que se necesiten para verificar la congruencia de los ítems durante la aplicación de las transiciones.

Utilizaremos la notación [cabeza | cola] para representar un ítem. Dependiendo de la estrategia de análisis utilizada, diferentes esquemas de compilación precisan incorporar más o menos información en la cabeza y/o en la cola.

8.5.1. Tabulación de estrategias *-ascendentes

En la familia de estrategias *-ascendentes la información correspondiente a los no-terminales puede predecirse y/o propagarse sin limitación alguna, pero la información correspondiente a las pilas de índices sólo se propaga en la fase de retorno, prohibiéndose su predicción en la fase de llamada.

En la tabla 8.28 se muestran las transiciones obtenidas de los esquemas de compilación de LIG y TAG que incorporan estrategias *-ascendentes. Debemos reseñar que en dicha tabla hemos generalizado a $C[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{a} F[\circ\circ\gamma']$ las transiciones $C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$ utilizadas por las reglas de compilación [SEL], [PUB] y [SCAN]. También hemos generalizado a $C[\circ\circ\gamma] F[\] \mapsto G[\circ\circ\gamma']$ las transiciones $C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\circ\circ]$ que utiliza la regla de compilación [RET]. Por último, hemos permitido que cualquier transición pueda avanzar en el reconocimiento de la cadena de entrada. Los nuevos tipos de transiciones introducidos con respecto a los que aparecen en los esquemas de compilación antes citados pueden ser de utilidad en la definición de esquemas de compilación para otras estrategias de análisis, por ejemplo aquellas de tipo desplazamiento-reducción⁶ y no afectan a la forma de las derivaciones, por lo que no añaden complicaciones adicionales a la técnica de tabulación.

⁴head.

⁵rest.

⁶En la sección C.8 se muestra un esquema de compilación de tipo LR para LIG que necesita transiciones del tipo $C[\circ\circ\gamma] F[\] \mapsto G[\circ\circ\gamma']$.

Transición	Compilación de LIG	Compilación de TAG
$C[\circ\circ] \xrightarrow{a} C[\circ\circ] F[\]$	[INIT][CALL][SCALL]	[INIT][CALL][SCALL][ACALL][FCALL]
$C[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{a} F[\circ\circ\gamma']$	[SEL][PUB][SCAN]	[SEL][PUB][SCAN]
$C[\circ\circ\gamma] F[\] \xrightarrow{a} G[\circ\circ\gamma']$	[RET]	[RET]
$C[\] F[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{a} G[\circ\circ\gamma']$	[SRET]	[SRET][ARET][FRET]

Tabla 8.28: Tipos de transiciones en las estrategias *-ascendentes

Teorema 8.1 *Los autómatas lógicos a pila restringidos que utilizan el juego de transiciones de la tabla 8.28 aceptan la clase de los lenguajes de adjunción de árboles.*

Demostración:

Por los esquemas de compilación de LIG y TAG que incorporan estrategias *-ascendentes sabemos que los lenguajes de adjunciones de árboles son aceptados por los autómatas lógicos a pila restringidos que utilizan las instrucciones de la tabla 8.28.

Para mostrar que todo lenguaje aceptado por un RLPDA que utilice las transiciones de la tabla 8.28 es un lenguaje de adjunción de árboles, definiremos un procedimiento para crear una gramática lineal de índices a partir de tales autómatas.

Sea $\mathcal{A} = (V_T, P, V_I, \mathcal{X}, \$_0, \$_f, \Theta)$ un autómata lógico a pila restringido. Construiremos una gramática lineal de índices $\mathcal{L} = (V_T, V_N, V_I, S, P)$, donde el conjunto V_N de no-terminales estará formado por pares $\langle E, B \rangle$ tal que $A, B \in P$. Para que \mathcal{L} reconozca el lenguaje aceptado por \mathcal{A} el conjunto de producciones en P ha de construirse a partir de las transiciones en Θ de la siguiente manera:

- Para toda transición $C[\circ\circ] \xrightarrow{a} C[\circ\circ] F[\]$ creamos una producción

$$\langle C, F \rangle[\] \rightarrow a$$

- Para toda transición $C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$ y para todo $E \in P$ creamos una producción

$$\langle E, F \rangle[\circ\circ] \rightarrow \langle E, C \rangle[\circ\circ] a$$

- Para toda transición $C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ\gamma']$ y para todo $E \in P$ creamos una producción

$$\langle E, F \rangle[\circ\circ\gamma'] \rightarrow \langle E, C \rangle[\circ\circ] a$$

- Para toda transición $C[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$ y para todo $E \in P$ creamos una producción

$$\langle E, F \rangle[\circ\circ] \rightarrow \langle E, C \rangle[\circ\circ\gamma] a$$

- Para toda transición $C[\circ\circ] F[\] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]$ y para todo $E \in P$ creamos una producción

$$\langle E, G \rangle[\circ\circ] \rightarrow \langle E, C \rangle[\circ\circ] \langle C, F \rangle[\] a$$

- Para toda transición $C[\circ\circ] F[\] \xrightarrow{a} G[\circ\circ\gamma']$ y para todo $E \in P$ creamos una producción

$$\langle E, G \rangle[\circ\circ\gamma'] \rightarrow \langle E, C \rangle[\circ\circ] \langle C, F \rangle[\] a$$

- Para toda transición $C[\circ\circ\gamma] F[\] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]$ y para todo $E \in P$ creamos una producción

$$\langle E, G \rangle[\circ\circ] \rightarrow \langle E, C \rangle[\circ\circ\gamma] \langle C, F \rangle[\] a$$

- Para toda transición $C[] F[\circ\circ] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]$ y para todo $E \in P$ creamos una producción

$$\langle E, G \rangle[\circ\circ] \rightarrow \langle E, C \rangle[] \langle C, F \rangle[\circ\circ] a$$

- Para toda transición $C[] F[\circ\circ\gamma'] \xrightarrow{a} G[\circ\circ\gamma']$ y para todo $E \in P$ creamos una producción

$$\langle E, G \rangle[\circ\circ\gamma'] \rightarrow \langle E, C \rangle[] \langle C, F \rangle[\circ\circ] a$$

- Para toda transición $C[] F[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]$ y para todo $E \in P$ creamos una producción

$$\langle E, G \rangle[\circ\circ] \rightarrow \langle E, C \rangle[] \langle C, F \rangle[\circ\circ\gamma] a$$

Con respecto al axioma de la gramática, tenemos que $S = \langle \$_0, \$_f \rangle$.

Mediante inducción en la longitud de las derivaciones, es posible mostrar que $\langle E, B \rangle[\alpha] \xrightarrow{*} w$ si y sólo si $(E, w) \vdash^* (E B[\alpha], \epsilon)$. Esto es así puesto que:

- Si una derivación $(E, w) \vdash^* (E B[\alpha], \epsilon)$ es el resultado de aplicar la secuencia t_1, \dots, t_m de transiciones en Θ , entonces existe una secuencia p_1, \dots, p_m de producciones en P tal que p_i es una producción creada a partir de t_i y la derivación derecha $\langle E, B \rangle[\alpha] \xrightarrow{*} w$ resultado de aplicar p_m, \dots, p_1 reconoce w .
- Si una derivación derecha $\langle E, B \rangle[\alpha] \xrightarrow{*} w$ reconoce la cadena w como resultado de aplicar la secuencia p_1, \dots, p_m de producciones en P , entonces existe una secuencia de transiciones t_1, \dots, t_m tal que la p_i es una producción creada a partir de t_i y la derivación $(E, w) \vdash^* (E B[\alpha], \epsilon)$ es el resultado de aplicar la secuencia de transiciones t_m, \dots, t_1 .

□

Toda configuración $(\xi B[\alpha] C[\beta\gamma], a_{j+1} \dots a_n)$ de un autómata a pila obtenida a partir de las transiciones mostradas en la tabla 8.28, puede ser clasificada en uno de los dos tipos de derivaciones que se definen a continuación:

Derivaciones de llamada. Corresponden a configuraciones en las que $\beta\gamma = \epsilon$ e implican la existencia de la siguiente derivación:

$$(\xi B[\alpha], a_{i+1} \dots a_n) \vdash^* (\xi B[\alpha] C[], a_{j+1} \dots a_n)$$

donde en toda la derivación no se ha modificado $\xi B[\alpha]$ y a lo sumo se ha consultado B . En la figura 8.1 se muestra una representación gráfica de este tipo de transiciones.

Para cualquier $\xi' \in (P[V_I^*])^*$ y $\alpha' \in V_I^*$ se cumple

$$(\xi' B[\alpha'], a_{i+1} \dots a_n) \vdash^* (\xi' B[\alpha'] C[], a_{j+1} \dots a_n)$$

por lo que podemos representar este tipo de derivaciones mediante ítems de la forma

$$[B, i, C, j, - \mid -, -, -, -]$$

En los autómatas lógicos a pila restringidos que hacen uso únicamente de las transiciones mostradas en la tabla 8.28, las derivaciones de puntos especiales no son distinguibles de las derivaciones de llamada.

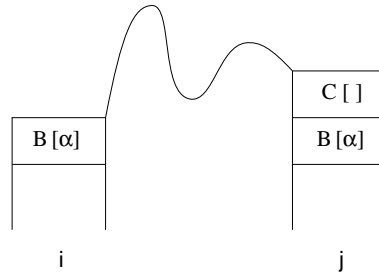


Figura 8.1: Derivaciones de llamada en estrategias *-ascendentes

Derivaciones de retorno. Corresponden a configuraciones en la que $\beta \in V_I^*$ y $\gamma \in V_I$ e implican la existencia de la siguiente secuencia de subderivaciones:

$$\begin{aligned}
 (\xi B[\alpha_1], a_{i+1} \dots a_n) & \stackrel{*}{\vdash}_{d_1} (\xi B[\alpha_1] \xi_1 D[\alpha_2], a_{p+1} \dots a_n) \\
 & \stackrel{*}{\vdash}_{d_2} (\xi B[\alpha_1] \xi_1 D[\alpha_2] E[\beta], a_{q+1} \dots a_n) \\
 & \stackrel{*}{\vdash}_{d_3} (\xi B[\alpha_1] C[\beta\gamma], a_{j+1} \dots a_n)
 \end{aligned}$$

donde en toda la derivación no se ha modificado $\xi B[]$ y a lo sumo se ha consultado B . En la subderivación d_2 no se ha modificado $\xi B[] \xi_1 D[]$ y a lo sumo se ha consultado D . Las dos ocurrencias de β son la misma pila en el sentido de que ha sido transmitida sin modificación alguna a través de d_3 : es posible que se hayan apilado índices en β y que posteriormente se hayan extraído, pero no se permite la extracción de elementos de β , aunque posteriores operaciones de apilamiento den como resultado una copia de β . En la figura 8.2 se muestra una representación gráfica de este tipo de transiciones.

Para cualquier $\xi' \in (P[V_I^*])^*$ se cumple

$$\begin{aligned}
 (\xi' B[\alpha_1], a_{i+1} \dots a_n) & \stackrel{*}{\vdash}_{d_1} (\xi' B[\alpha_1] \xi_1 D[\alpha_2], a_{p+1} \dots a_n) \\
 & \stackrel{*}{\vdash}_{d_2} (\xi' B[\alpha_1] \xi_1 D[\alpha_2] E[\beta], a_{q+1} \dots a_n) \\
 & \stackrel{*}{\vdash}_{d_3} (\xi' B[\alpha_1] C[\beta\gamma], a_{j+1} \dots a_n)
 \end{aligned}$$

dado que α_1 es independiente tanto de α_2 como de β ya que en las transiciones de apilamiento no se puede transmitir la pila de índices. Por la misma razón α_2 y β son independientes. En consecuencia, podemos utilizar ítems de la forma

$$[B, i, C, j, \gamma \mid D, p, E, q]$$

para representar este tipo de derivaciones.

Para completar la técnica de tabulación únicamente nos falta definir el mecanismo de combinación de ítems para los autómatas resultantes de los esquemas de compilación *-ascendentes. Las reglas de combinación de ítems de acuerdo con esas transiciones se muestran en la tabla 8.29, donde:

- Si k aparece en un ítem consecuente, entonces $k = j$ si $a = \epsilon$ y $k = j + 1$ si $a = a_{j+1}$.
- Si l aparece en un ítem consecuente, entonces $l = k$ si $a = \epsilon$ y $l = k + 1$ si $a = a_{k+1}$.

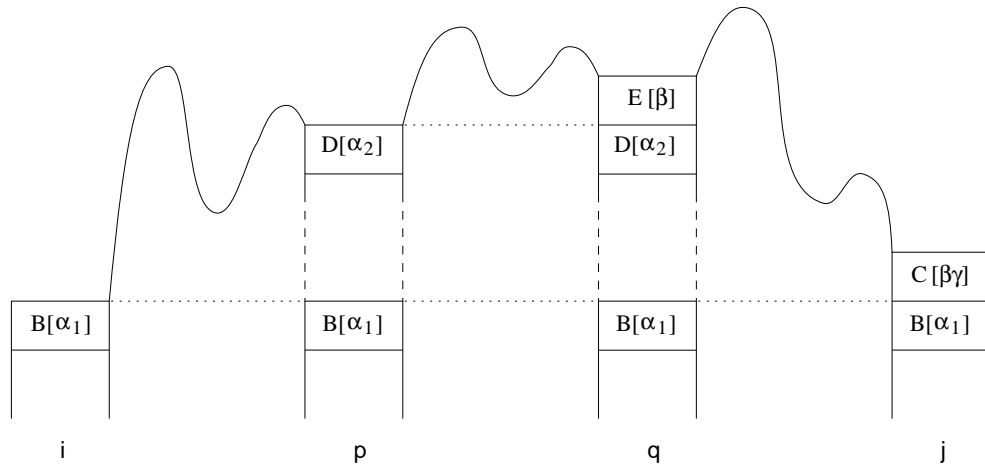


Figura 8.2: Derivaciones de retorno en estrategias *-ascendentes

El papel de ítem inicial le corresponde a

$$[-, 0, \$_0, 0 \mid -, -, -, -]$$

mientras que los ítems finales son de la forma

$$[\$, 0, S, n, - \mid -, -, -, -]$$

Teorema 8.2 *La manipulación de configuraciones mediante la aplicación de transiciones en los autómatas a pila restringidos con estrategias *-ascendentes es equivalente a la manipulación de ítems mediante las reglas de combinación de la tabla 8.29.*

Demostración:

Puesto que un ítem representa una derivación y toda derivación debe ser representada por algún ítem, es suficiente con demostrar que la combinación de los ítems produce ítems que se corresponden con derivaciones válidas y que para toda derivación que se pueda producir como resultado de la aplicación de una transición, existe una regla de combinación de ítems que produce un ítem que representa a dicha derivación. A continuación se muestra una lista de todos los casos posibles de derivación que se pueden dar junto con la correspondiente regla de combinación de ítems.

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ] \xrightarrow{a} C[\circ\circ] F[\]$
 - a una derivación de llamada:

$$(\xi B[\alpha], a_{i+1} \dots a_n) \begin{array}{l} \overset{*}{\vdash} (\xi B[\alpha] C[\], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi B[\alpha] C[\] F[\], a_{k+1} \dots a_n) \end{array}$$

$$\frac{[B, i, C, j, - \mid -, -, -, -]}{[C, j, F, k, - \mid -, -, -, -]} C[\circ\circ] \xrightarrow{a} C[\circ\circ] F[\]$$

- a una derivación de retorno:

$$(\xi B[\alpha_1], a_{i+1} \dots a_n) \begin{array}{l} \overset{*}{\vdash} (\xi B[\alpha_1] \xi_1 D[\alpha_2], a_{p+1} \dots a_n) \\ \overset{*}{\vdash} (\xi B[\alpha_1] \xi_1 D[\alpha_2] E[\beta], a_{q+1} \dots a_n) \\ \overset{*}{\vdash} (\xi B[\alpha_1] C[\beta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi B[\alpha_1] C[\beta\gamma] F[\], a_{k+1} \dots a_n) \end{array}$$

$$\frac{[B, i, C, j, \gamma \mid D, p, E, q]}{[C, j, F, k, - \mid -, -, -, -]} C[\circ\circ] \xrightarrow{a} C[\circ\circ] F[\]$$

$\frac{[B, i, C, j, \gamma \mid D, p, E, q]}{[C, j, F, k, - \mid -, -, -, -]}$	$C[[]] \xrightarrow{a} C[[]] F[[]]$
$\frac{[B, i, C, j, \gamma \mid D, p, E, q]}{[B, i, F, k, \gamma \mid D, p, E, q]}$	$C[[]] \xrightarrow{a} F[[]]$
$\frac{[B, i, C, j, \gamma \mid D, p, E, q]}{[B, i, F, k, \gamma' \mid B, i, C, j]}$	$C[[]] \xrightarrow{a} F[[]\gamma']$
$\frac{[B, i, C, j, \gamma \mid D, p, E, q]}{[D, p, E, q, \gamma' \mid O, u, P, v]}$	$C[[]\gamma] \xrightarrow{a} F[[]]$
$\frac{[C, j, F, k, - \mid -, -, -, -]}{[B, i, C, j, \gamma \mid D, p, E, q]}$	$C[[]] F[[]] \xrightarrow{a} G[[]]$
$\frac{[C, j, F, k, - \mid -, -, -, -]}{[B, i, C, j, \gamma \mid D, p, E, q]}$	$C[[]] F[[]] \xrightarrow{a} G[[]\gamma']$
$\frac{[C, j, F, k, - \mid -, -, -, -]}{[B, i, C, j, \gamma \mid D, p, E, q]}$	$C[[]\gamma] F[[]] \xrightarrow{a} G[[]]$
$\frac{[C, j, F, k, \gamma \mid D, p, E, q]}{[B, i, C, j, - \mid -, -, -, -]}$	$C[[]] F[[]] \xrightarrow{a} G[[]]$
$\frac{[C, j, F, k, \gamma \mid D, p, E, q]}{[B, i, C, j, - \mid -, -, -, -]}$	$C[[]] F[[]] \xrightarrow{a} G[[]\gamma']$
$\frac{[C, j, F, k, \gamma \mid D, p, E, q]}{[B, i, C, j, - \mid -, -, -, -]}$	$C[[]] F[[]\gamma] \xrightarrow{a} G[[]]$

Tabla 8.29: Combinación de ítems en las estrategias *-ascendentes

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$

- a una derivación de llamada:

$$(\xi B[\alpha], a_{i+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\xi B[\alpha] C[\], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi B[\alpha] F[\], a_{k+1} \dots a_n) \end{array}$$

$$\frac{[B, i, C, j, - \mid -, -, -, -]}{[B, i, F, k, - \mid -, -, -, -]} C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$$

- a una derivación de retorno:

$$(\xi B[\alpha_1], a_{i+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\xi B[\alpha_1] \xi_1 D[\alpha_2], a_{p+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi B[\alpha_1] \xi_1 D[\alpha_2] E[\beta], a_{q+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi B[\alpha_1] C[\beta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi B[\alpha_1] F[\beta\gamma], a_{k+1} \dots a_n) \end{array}$$

$$\frac{[B, i, C, j, \gamma \mid D, p, E, q]}{[B, i, F, k, \gamma \mid D, p, E, q]} C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ\gamma']$

- a una derivación de llamada:

$$(\xi B[\alpha], a_{i+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\xi B[\alpha] C[\], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi B[\alpha] F[\gamma'], a_{k+1} \dots a_n) \end{array}$$

$$\frac{[B, i, C, j, - \mid -, -, -, -]}{[B, i, F, k, \gamma' \mid B, i, C, j]} C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ\gamma']$$

- a una derivación de retorno:

$$(\xi B[\alpha_1], a_{i+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\xi B[\alpha_1] \xi_1 D[\alpha_2], a_{p+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi B[\alpha_1] \xi_1 D[\alpha_2] E[\beta], a_{q+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi B[\alpha_1] C[\beta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi B[\alpha_1] F[\beta\gamma\gamma'], a_{k+1} \dots a_n) \end{array}$$

$$\frac{[B, i, C, j, \gamma \mid D, p, E, q]}{[B, i, F, k, \gamma' \mid B, i, C, j]} C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ\gamma']$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$ a una derivación de retorno que a su vez ha sido obtenida

- a partir de una derivación de llamada:

$$(\xi B[\alpha_1], a_{i+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\xi B[\alpha_1] \xi_1 D[\alpha_2], a_{p+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi B[\alpha_1] \xi_1 D[\alpha_2] E[\], a_{q+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi B[\alpha_1] C[\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi B[\alpha_1] F[\], a_{k+1} \dots a_n) \end{array}$$

$$\frac{[B, i, C, j, \gamma \mid D, p, E, q]}{[B, i, F, k, - \mid -, -, -, -]} C[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$$

- a partir de una derivación de retorno:

$$\begin{aligned}
(\xi B[\alpha_1], a_{i+1} \dots a_n) & \overset{*}{\vdash} (\xi B[\alpha_1] \xi_1 D[\alpha_2], a_{p+1} \dots a_n) \\
& \overset{*}{\vdash} (\xi B[\alpha_1] \xi_1 D[\alpha_2] \xi_2 O[\alpha_3], a_{u+1} \dots a_n) \\
& \overset{*}{\vdash} (\xi B[\alpha_1] \xi_1 D[\alpha_2] \xi_2 O[\alpha_3] P[\beta], a_{v+1} \dots a_n) \\
& \overset{*}{\vdash} (\xi B[\alpha_1] \xi_1 D[\alpha_2] E[\beta\gamma'], a_{q+1} \dots a_n) \\
& \overset{*}{\vdash} (\xi B[\alpha_1] C[\beta\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \\
& \vdash (\xi B[\alpha_1] F[\beta\gamma'], a_{k+1} \dots a_n)
\end{aligned}$$

$$\frac{[B, i, C, j, \gamma \mid D, p, E, q] \quad [D, p, E, q, \gamma' \mid O, u, P, v]}{[B, i, F, k, \gamma' \mid O, u, P, v]} C[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ] F[\] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]$ a una derivación obtenida tras aplicar una transición $C[\circ\circ] \xrightarrow{b} C[\circ\circ] F'[\]$

- a una derivación de llamada:

$$\begin{aligned}
(\xi B[\alpha_1], a_{i+1} \dots a_n) & \overset{*}{\vdash} (\xi B[\alpha_1] C[\], a_{j+1} \dots a_n) \\
& \vdash (\xi B[\alpha_1] C[\] F'[\], a_{k'+1} \dots a_n) \\
& \overset{*}{\vdash} (\xi B[\alpha_1] C[\] F[\], a_{k+1} \dots a_n) \\
& \vdash (\xi B[\alpha_1] G[\], a_{l+1} \dots a_n)
\end{aligned}$$

$$\frac{[C, j, F, k, - \mid -, -, -, -] \quad [B, i, C, j, - \mid -, -, -, -]}{[B, i, G, l, - \mid -, -, -, -]} C[\circ\circ] F[\] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]$$

- a una derivación de retorno:

$$\begin{aligned}
(\xi B[\alpha_1], a_{i+1} \dots a_n) & \overset{*}{\vdash} (\xi B[\alpha_1] \xi_1 D[\alpha_2], a_{p+1} \dots a_n) \\
& \overset{*}{\vdash} (\xi B[\alpha_1] \xi_1 D[\alpha_2] E[\beta], a_{q+1} \dots a_n) \\
& \overset{*}{\vdash} (\xi B[\alpha_1] C[\beta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\
& \vdash (\xi B[\alpha_1] C[\beta\gamma] F'[\], a_{k'+1} \dots a_n) \\
& \overset{*}{\vdash} (\xi B[\alpha_1] C[\beta\gamma] F[\], a_{k+1} \dots a_n) \\
& \vdash (\xi B[\alpha_1] G[\beta\gamma], a_{l+1} \dots a_n)
\end{aligned}$$

$$\frac{[C, j, F, k, - \mid -, -, -, -] \quad [B, i, C, j, \gamma \mid D, p, E, q]}{[B, i, G, l, \gamma \mid D, p, E, q]} C[\circ\circ] F[\] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]$$

donde $k' = j$ si $b = \epsilon$ y $k' = j + 1$ si $b = a_{j+1}$.

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ] F[\] \xrightarrow{a} G[\circ\circ\gamma']$ a una derivación obtenida tras aplicar una transición $C[\circ\circ] \xrightarrow{b} C[\circ\circ] F'[\]$

- a una derivación de llamada:

$$\begin{aligned}
(\xi B[\alpha_1], a_{i+1} \dots a_n) & \overset{*}{\vdash} (\xi B[\alpha_1] C[\], a_{j+1} \dots a_n) \\
& \vdash (\xi B[\alpha_1] C[\] F'[\], a_{k'+1} \dots a_n) \\
& \overset{*}{\vdash} (\xi B[\alpha_1] C[\] F[\], a_{k+1} \dots a_n) \\
& \vdash (\xi B[\alpha_1] G[\gamma'], a_{l+1} \dots a_n)
\end{aligned}$$

$$\frac{[C, j, F, k, - \mid -, -, -, -] \quad [B, i, C, j, - \mid -, -, -, -]}{[B, i, G, l, \gamma' \mid B, i, C, j]} C[\circ\circ] F[\] \xrightarrow{a} G[\circ\circ\gamma']$$

- a una derivación de retorno:

$$\begin{array}{l}
(\xi B[\alpha_1], a_{i+1} \dots a_n) \quad * \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] \xi_1 D[\alpha_2], a_{p+1} \dots a_n) \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] \xi_1 D[\alpha_2] E[\beta], a_{q+1} \dots a_n) \\
* \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] C[\beta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] C[\beta\gamma] F'[\], a_{k'+1} \dots a_n) \\
* \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] C[\beta\gamma] F[\], a_{k+1} \dots a_n) \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] G[\beta\gamma\gamma'], a_{l+1} \dots a_n)
\end{array}$$

$$\frac{\begin{array}{l} [C, j, F, k, - \mid -, -, -, -] \\ [B, i, C, j, \gamma \mid D, p, E, q] \end{array}}{[B, i, G, l, \gamma' \mid B, i, C, j]} \quad C[\circ\circ] F[\] \xrightarrow{a} G[\circ\circ\gamma']$$

donde $k' = j$ si $b = \epsilon$ y $k' = j + 1$ si $b = a_{j+1}$.

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ\gamma] F[\] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]$ a una derivación obtenida tras aplicar una transición $C[\circ\circ] \xrightarrow{b} C[\circ\circ] F'[\]$ a una derivación de retorno, con los dos casos siguientes:

- la derivación de retorno es a su vez obtenida a partir de una derivación de llamada:

$$\begin{array}{l}
(\xi B[\alpha_1], a_{i+1} \dots a_n) \quad * \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] \xi_1 D[\alpha_2], a_{p+1} \dots a_n) \\
* \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] \xi_1 D[\alpha_2] E[\], a_{q+1} \dots a_n) \\
* \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] C[\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] C[\gamma] F'[\], a_{k'+1} \dots a_n) \\
* \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] C[\gamma] F[\], a_{k+1} \dots a_n) \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] G[\], a_{l+1} \dots a_n)
\end{array}$$

$$\frac{\begin{array}{l} [C, j, F, k, - \mid -, -, -, -] \\ [B, i, C, j, \gamma \mid D, p, E, q] \\ [D, p, E, q, - \mid -, -, -, -] \end{array}}{[B, i, G, l, - \mid -, -, -, -]} \quad C[\circ\circ\gamma] F[\] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]$$

- la derivación de retorno es a su vez obtenida a partir de a una derivación de retorno:

$$\begin{array}{l}
(\xi B[\alpha_1], a_{i+1} \dots a_n) \quad * \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] \xi_1 D[\alpha_2], a_{p+1} \dots a_n) \\
* \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] \xi_1 D[\alpha_2] \xi_2 O[\alpha_3], a_{u+1} \dots a_n) \\
* \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] \xi_1 D[\alpha_2] \xi_2 O[\alpha_3] P[\beta], a_{v+1} \dots a_n) \\
* \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] \xi_1 D[\alpha_2] E[\beta\gamma'], a_{q+1} \dots a_n) \\
* \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] C[\beta\gamma'\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] C[\beta\gamma'\gamma] F'[\], a_{k'+1} \dots a_n) \\
* \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] C[\beta\gamma'\gamma] F[\], a_{k+1} \dots a_n) \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] G[\beta\gamma'], a_{l+1} \dots a_n)
\end{array}$$

$$\frac{\begin{array}{l} [C, j, F, k, - \mid -, -, -, -] \\ [B, i, C, j, \gamma \mid D, p, E, q] \\ [D, p, E, q, \gamma' \mid O, u, P, v] \end{array}}{[B, i, G, l, \gamma' \mid O, u, P, v]} \quad C[\circ\circ\gamma] F[\] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]$$

donde $k' = j$ si $b = \epsilon$ y $k' = j + 1$ si $b = a_{j+1}$.

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\] F[\circ\circ] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]$ a una derivación obtenida tras aplicar una transición $C[\circ\circ] \xrightarrow{b} C[\circ\circ] F'[\]$ a una derivación de llamada⁷, con los dos casos siguientes:

⁷Si se hubiese aplicado esta transición a una derivación de retorno, no sería posible tener $C[\]$ bajo $F[\]$.

- la derivación obtenida es una derivación de llamada:

$$\begin{array}{c}
 (\xi B[\alpha_1], a_{i+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l}
 \vdash^* (\xi B[\alpha_1] C[], a_{j+1} \dots a_n) \\
 \vdash (\xi B[\alpha_1] C[] F'[], a_{k'+1} \dots a_n) \\
 \vdash^* (\xi B[\alpha_1] C[] F[], a_{k+1} \dots a_n) \\
 \vdash (\xi B[\alpha_1] G[], a_{l+1} \dots a_n)
 \end{array} \\
 \\
 \frac{\begin{array}{c} [C, j, F, k, - \mid -, -, -, -] \\ [B, i, C, j, - \mid -, -, -, -] \end{array}}{[B, i, G, l, - \mid -, -, -, -]} \quad C[] F[\circ\circ] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]
 \end{array}$$

- la derivación obtenida es una derivación de retorno:

$$\begin{array}{c}
 (\xi B[\alpha_1], a_{i+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l}
 \vdash^* (\xi B[\alpha_1] C[], a_{j+1} \dots a_n) \\
 \vdash (\xi B[\alpha_1] C[] F'[], a_{k'+1} \dots a_n) \\
 \vdash^* (\xi B[\alpha_1] C[] F[] \xi_1 D[\alpha_2], a_{p+1} \dots a_n) \\
 \vdash^* (\xi B[\alpha_1] C[] F[] \xi_1 D[\alpha_2] E[\beta], a_{q+1} \dots a_n) \\
 \vdash^* (\xi B[\alpha_1] C[] F[\beta\gamma], a_{k+1} \dots a_n) \\
 \vdash (\xi B[\alpha_1] G[\beta\gamma], a_{l+1} \dots a_n)
 \end{array} \\
 \\
 \frac{\begin{array}{c} [C, j, F, k, \gamma \mid D, p, E, q] \\ [B, i, C, j, - \mid -, -, -, -] \end{array}}{[B, i, G, l, \gamma \mid D, p, E, q]} \quad C[] F[\circ\circ] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]
 \end{array}$$

donde $k' = j$ si $b = \epsilon$ y $k' = j + 1$ si $b = a_{j+1}$.

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[] F[\circ\circ] \xrightarrow{a} G[\circ\circ\gamma']$ a una derivación obtenida tras aplicar una transición $C[\circ\circ] \xrightarrow{b} C[\circ\circ] F'[]$ a una derivación de llamada, con los dos casos siguientes:

- la derivación obtenida es una derivación de llamada:

$$\begin{array}{c}
 (\xi B[\alpha_1], a_{i+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l}
 \vdash^* (\xi B[\alpha_1] C[], a_{j+1} \dots a_n) \\
 \vdash (\xi B[\alpha_1] C[] F'[], a_{k'+1} \dots a_n) \\
 \vdash^* (\xi B[\alpha_1] C[] F[], a_{k+1} \dots a_n) \\
 \vdash (\xi B[\alpha_1] G[\gamma'], a_{l+1} \dots a_n)
 \end{array} \\
 \\
 \frac{\begin{array}{c} [C, j, F, k, - \mid -, -, -, -] \\ [B, i, C, j, - \mid -, -, -, -] \end{array}}{[B, i, G, l, \gamma' \mid C, j, F, j]} \quad C[] F[\circ\circ] \xrightarrow{a} G[\circ\circ\gamma']
 \end{array}$$

- la derivación obtenida es una derivación de retorno:

$$\begin{array}{c}
 (\xi B[\alpha_1], a_{i+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l}
 \vdash^* (\xi B[\alpha_1] C[], a_{j+1} \dots a_n) \\
 \vdash (\xi B[\alpha_1] C[] F'[], a_{k'+1} \dots a_n) \\
 \vdash^* (\xi B[\alpha_1] C[] F[] \xi_1 D[\alpha_2], a_{p+1} \dots a_n) \\
 \vdash^* (\xi B[\alpha_1] C[] F[] \xi_1 D[\alpha_2] E[\beta], a_{q+1} \dots a_n) \\
 \vdash^* (\xi B[\alpha_1] C[] F[\beta\gamma], a_{k+1} \dots a_n) \\
 \vdash (\xi B[\alpha_1] G[\beta\gamma\gamma'], a_{l+1} \dots a_n)
 \end{array} \\
 \\
 \frac{\begin{array}{c} [C, j, F, k, \gamma \mid D, p, E, q] \\ [B, i, C, j, - \mid -, -, -, -] \end{array}}{[B, i, G, l, \gamma' \mid C, j, F, j]} \quad C[] F[\circ\circ] \xrightarrow{a} G[\circ\circ\gamma']
 \end{array}$$

donde $k' = j$ si $b = \epsilon$ y $k' = j + 1$ si $b = a_{j+1}$.

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[] F[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]$ a una derivación obtenida tras aplicar una transición $C[\circ\circ] \xrightarrow{b} C[\circ\circ] F'[]$ a una derivación de llamada, con los dos casos siguientes:

- la derivación obtenida es una derivación de llamada:

$$\begin{array}{l}
(\xi B[\alpha_1], a_{i+1} \dots a_n) \quad * \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] C[], a_{j+1} \dots a_n) \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] C[] F'[], a_{k'+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] C[] F'[] \xi_1 D[\alpha_2], a_{p+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] C[] F'[] \xi_1 D[\alpha_2] E[], a_{q+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] C[] F[\gamma'], a_{k+1} \dots a_n) \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] G[], a_{l+1} \dots a_n)
\end{array}$$

$$\frac{
\begin{array}{l}
[C, j, F, k, \gamma \mid D, p, E, q] \\
[B, i, C, j, - \mid -, -, -, -] \\
[D, p, E, q, - \mid -, -, -, -]
\end{array}
}{[B, i, G, l, - \mid -, -, -, -]}
C[] F[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]$$

- la derivación obtenida es una derivación de retorno:

$$\begin{array}{l}
(\xi B[\alpha_1], a_{i+1} \dots a_n) \quad * \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] C[], a_{j+1} \dots a_n) \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] C[] F'[], a_{k'+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] C[] F'[] \xi_1 D[\alpha_2], a_{p+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] C[] F'[] \xi_1 D[\alpha_2] \xi_2 O[\alpha_3], a_{u+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] C[] F'[] \xi_1 D[\alpha_2] \xi_2 O[\alpha_3] P[\beta], a_{v+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] C[] F'[] \xi_1 D[\alpha_2] E[\beta\gamma'], a_{q+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] C[] F[\beta\gamma'\gamma], a_{k+1} \dots a_n) \\
\vdash (\xi B[\alpha_1] G[\beta\gamma'], a_{l+1} \dots a_n)
\end{array}$$

$$\frac{
\begin{array}{l}
[C, j, F, k, \gamma \mid D, p, E, q] \\
[B, i, C, j, - \mid -, -, -, -] \\
[D, p, E, q, \gamma' \mid O, u, P, v]
\end{array}
}{[B, i, G, l, \gamma' \mid O, u, P, v]}
C[] F[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]$$

donde $k' = j$ si $b = \epsilon$ y $k' = j + 1$ si $b = a_{j+1}$.

Si aplicamos inducción en la longitud de una derivación, a partir de la lista observamos que para cualquier derivación obtenida mediante la aplicación de una transición, existe una regla de combinación que busca los ítems correspondientes a las subderivaciones relevantes y que produce el ítem correspondiente a la derivación resultante. También podemos observar que dada una regla de combinación de ítems, existen subderivaciones en el autómata que se corresponden con cada uno de los ítems antecedentes y que combinadas entre sí producen la derivación correspondiente al ítem consecuente. \square

La complejidad temporal de la técnica de tabulación con respecto a longitud n de la cadena de entrada es de orden $\mathcal{O}(n^6)$ en el peor caso. Dicha complejidad viene dada por la regla de combinación de ítems correspondiente a producciones del tipo $B[] C[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$, que involucran el manejo de 7 posiciones con respecto a la cadena de entrada, aunque sólo 6 de ellas de manera simultánea. La complejidad espacial es de orden $\mathcal{O}(n^4)$ puesto que cada ítem contiene cuatro posiciones con respecto a la cadena de entrada.

8.5.2. Tabulación de estrategias ascendentes-ascendentes

Como un caso particular de las estrategias *-ascendentes tenemos las estrategias de análisis sintáctico ascendentes-ascendentes, en las cuales no se realiza ningún tipo de predicción en la fase de llamada, ni siquiera sobre los no-terminales, mientras que toda la información disponible acerca de los no-terminales y las pilas de índices es propagada en la fase de retorno. Con respecto a la parte independiente del contexto, las estrategias ascendentes están incluidas en la clase de los autómatas lógicos a pila débilmente predictivos, que pueden ser tabulados mediante ítems que almacenan el elemento en la cima de la pila y las posiciones de la cadena de entrada cuando se apilaron los dos elementos en la cima de la pila [52].

Toda configuración de un autómata a pila construido según una estrategia de este tipo puede ser clasificada en uno de los dos tipos de derivaciones que se relacionan a continuación:

Derivaciones de llamada. Corresponden a configuraciones

$$(\xi, a_{i+1} \dots a_n) \vdash^* (\xi C[], a_{j+1} \dots a_n)$$

donde en toda la derivación no se ha modificado ξ y a lo sumo se consulta la cima de ξ . Para cualquier $\xi' \in (P[V_I^*])^*$ se cumple

$$(\xi', a_{i+1} \dots a_n) \vdash^* (\xi' C[], a_{j+1} \dots a_n)$$

por lo que este tipo de derivaciones puede ser representado mediante ítems de la forma

$$[i, C, j, - \mid -, -, -]$$

Derivaciones de retorno. Corresponden a configuraciones

$$\begin{aligned} (\xi, a_{i+1} \dots a_n) &\vdash_{d_1}^* (\xi \xi_1, a_{p+1} \dots a_n) \\ &\vdash_{d_2}^* (\xi \xi_1 E[\beta], a_{q+1} \dots a_n) \\ &\vdash_{d_3}^* (\xi C[\beta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \end{aligned}$$

en las que ξ no ha sido modificado en toda la derivación, permitiéndose la consulta de la cima de ξ . En d_2 no se permite la modificación de $\xi\xi_1$ pero sí la consulta de la cima de ξ_1 . Las dos ocurrencias de β se refieren a una sola pila de índices. Para cualquier $\xi' \in (P[V_I^*])^*$ se cumple

$$\begin{aligned} (\xi', a_{i+1} \dots a_n) &\vdash_{d_1}^* (\xi' \xi_1, a_{p+1} \dots a_n) \\ &\vdash_{d_2}^* (\xi' \xi_1 E[\beta], a_{q+1} \dots a_n) \\ &\vdash_{d_3}^* (\xi' C[\beta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \end{aligned}$$

por lo que pueden utilizarse ítems de la forma

$$[i, C, j, \gamma \mid p, E, q]$$

para representar este tipo de derivaciones.

En la tabla 8.30 se muestran las reglas de combinación de ítems para las transiciones de la tabla 8.28. El ítem inicial es de la forma

$$[0, \$_0, 0 \mid -, -, -]$$

mientras que los ítems finales tienen de la forma

$$[0, S, n, - \mid -, -, -]$$

Esta técnica de tabulación sólo es correcta para aquellos esquemas de compilación que se definen utilizando las transiciones de la tabla 8.28 y cuya estrategia independiente del contexto es débilmente predictiva. La prueba de corrección y completud es análoga a la del caso de los RLPDA *-ascendentes y será omitida. En la sección C.8 se muestra la aplicación de esta técnica de tabulación a un esquema de compilación de tipo LR para LIG.

La complejidad con respecto a la longitud de la cadena de entrada de esta técnica de tabulación no experimenta variación con respecto a la complejidad de la técnica general para estrategias *-ascendente. En consecuencia, la complejidad temporal en el peor caso es de orden $\mathcal{O}(n^6)$ y la temporal $\mathcal{O}(n^4)$.

8.5.3. Tabulación de estrategias *-Earley

Las estrategias de tipo *-Earley se caracterizan por el tratamiento que reciben las pilas de índices, que son utilizadas tanto en la fase de llamada como en la de retorno. Durante la fase de llamada se predice qué elementos deben ser apilados y extraídos de la pila de índices. Durante la fase de retorno, los mismos elementos de las pilas de índices son apilados y extraídos, en orden inverso al de la fase de llamada. En cualquier punto de una derivación, las pilas construidas en las fases de llamada y de retorno deben contener los mismo elementos, aunque las pilas en sí sean diferentes, pues una nace y muere en la fase descendente y la otra nace y muere en la fase ascendente.

La tabla 8.31 muestra las transiciones utilizadas por los esquemas de compilación de LIG y TAG que incorporan estrategias *-Earley. Con este conjunto de transiciones es posible construir autómatas a pila restringidos que aceptan lenguajes que no pertenecen a la clase de los lenguajes de adjunción de árboles. Ello se debe a que la utilización combinada de transiciones $C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[\circ\circ\gamma] F[\circ\circ\gamma']$ y $C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\circ\circ]$ permitiría crear derivaciones de la forma

$$\begin{aligned} (\xi C_1[\delta], w_1) &\vdash (\xi C[\delta] F_1[\delta], w_1) \\ &\stackrel{*}{\vdash} (\xi C[\delta] F'_1[\], w_2) \\ &\vdash (\xi C_2[\delta], w_2) \\ &\vdash (\xi C_2[\delta] F_2[\], w_2) \\ &\stackrel{*}{\vdash} (\xi C_2[\delta] F'_2[\delta], w_3) \\ &\vdash (\xi C_3[\delta], w_3) \\ &\vdash (\xi C_3[\delta] F_3[\], w_3) \\ &\vdots \end{aligned}$$

en las cuales una pila de índices es compartida por F_1, F_2, F_3, \dots , perdiéndose de ese modo la linealidad.

Por otra parte, las transiciones de la tabla 8.31 no aseguran que las pilas de índices construidas durante la fase de llamada y de retorno contengan los mismos valores. Por ello en esta sección nos centraremos en el desarrollo de una técnica de tabulación para aquellos autómatas lógicos a pila restringidos con estrategia *-Earley cuyas derivaciones de retorno construyen las mismas pilas de índices que las derivaciones de llamada y mediante las mismas operaciones de apilamiento y de extracción, aunque aplicadas en orden inverso. En particular, este es el caso

$\frac{[i, C, j, \gamma \mid p, E, q]}{[j, F, k, - \mid -, -, -]} C[\circ\circ] \xrightarrow{a} C[\circ\circ] F[]$
$\frac{[i, C, j, \gamma \mid p, E, q]}{[i, F, k, \gamma \mid p, E, q]} C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$
$\frac{[i, C, j, \gamma \mid p, E, q]}{[i, F, k, \gamma' \mid i, C, j]} C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ\gamma']$
$\frac{[i, C, j, \gamma \mid p, E, q]}{[p, E, q, \gamma' \mid u, P, v]} \frac{[i, F, k, \gamma' \mid u, P, v]}{[i, F, k, \gamma' \mid u, P, v]} C[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$
$\frac{[i, C, j, - \mid -, -, -]}{[m, B, i, \gamma \mid p, E, q]} \frac{[m, F, k, \gamma \mid p, E, q]}{[m, F, k, \gamma \mid p, E, q]} B[\circ\circ] C[] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$
$\frac{[i, C, j, - \mid -, -, -]}{[m, B, i, \gamma \mid p, E, q]} \frac{[m, F, k, \gamma' \mid m, B, i]}{[m, F, k, \gamma' \mid m, B, i]} B[\circ\circ] C[] \xrightarrow{a} F[\circ\circ\gamma']$
$\frac{[i, C, j, - \mid -, -, -]}{[m, B, i, \gamma \mid p, E, q]} \frac{[p, E, q, \gamma' \mid u, P, v]}{[m, F, k, \gamma' \mid u, P, v]} B[\circ\circ\gamma] C[] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$
$\frac{[i, C, j, \gamma \mid p, E, q]}{[m, B, i, - \mid -, -, -]} \frac{[m, F, k, \gamma \mid p, E, q]}{[m, F, k, \gamma \mid p, E, q]} B[] C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$
$\frac{[i, C, j, \gamma \mid p, E, q]}{[m, B, i, - \mid -, -, -]} \frac{[m, F, k, \gamma' \mid i, C, j]}{[m, F, k, \gamma' \mid i, C, j]} B[] C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ\gamma']$
$\frac{[i, C, j, \gamma \mid p, E, q]}{[m, B, i, - \mid -, -, -]} \frac{[p, E, q, \gamma' \mid u, P, v]}{[m, F, k, \gamma' \mid u, P, v]} B[] C[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$

Tabla 8.30: Combinación de ítems en las estrategia ascendente-ascendente

Transición	Compilación de LIG	Compilación de TAG
$C[\text{oo}] \mapsto C[\text{oo}] F[\]$	[INIT][CALL]	[INIT][CALL]
$C[\text{oo}\gamma] \mapsto C[\text{oo}\gamma] F[\text{oo}\gamma']$	[SCALL]	[SCALL][ACALL][FCALL]
$C[\text{oo}] \mapsto F[\text{oo}]$	[SEL][PUB]	[SEL][PUB]
$C[\text{oo}] F[\] \mapsto G[\text{oo}]$	[RET]	[RET]
$C[\text{oo}_1\gamma] F[\text{oo}_2\gamma'] \mapsto G[\text{oo}_2\gamma]$	[SRET]	[SRET][ARET][FRET]
$C[\] \xrightarrow{a} F[\]$	[SCAN]	[SCAN]

Tabla 8.31: Tipos de transiciones en las estrategias *-Earley

de los RLPDA obtenidos partir de los esquemas de compilación de LIG y TAG que incorporan estrategias *-Earley.

Teniendo en cuenta las restricciones que acabamos de imponer, toda derivación debe ser de uno de los tres tipos que se muestran a continuación.

Derivaciones de llamada. Corresponden a la transmisión de una pila de índices en la fase descendente de la estrategia de análisis, e implican la existencia de la siguiente secuencia de subderivaciones:

$$\begin{aligned}
 (\xi A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) & \stackrel{*}{\vdash}_{d_1} (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \\
 & \stackrel{*}{\vdash}_{d_2} (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n)
 \end{aligned}$$

donde $\gamma, \gamma' \in V_I$, $\delta, \delta' \in V_I^*$ y bien $\delta = \delta'\gamma'$, bien $\delta'\gamma' = \delta\gamma$ o bien $\delta' = \delta\gamma$. La pila $\xi A[\delta]$ no debe ser alterada en ningún momento, aunque se permite la consulta de A . La pila $\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma']$ no debe ser alterada durante la subderivación d_2 , aunque se permite la consulta de B y de γ' . $A[\delta]$ se corresponde con el elemento de la pila del autómata más próximo a la cima tal que su pila asociada es δ . Evidentemente, si $\delta'\gamma' = \delta$, entonces $A[\delta]$ y $B[\delta'\gamma']$ son el mismo elemento. En la figura 8.3 se muestra una representación gráfica de este tipo de transiciones.

Para cualquier $\xi' \in (P[V_I^*])^*$ y $\alpha \in V_I^*$ tal que las restricciones previamente enunciadas para δ y δ' son aplicadas a α y α' , se cumple que:

$$\begin{aligned}
 (\xi' A[\alpha], a_{h+1} \dots a_n) & \stackrel{*}{\vdash}_{d_1} (\xi' A[\alpha] \xi'_1 B[\alpha'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \\
 & \stackrel{*}{\vdash}_{d_2} (\xi' A[\alpha] \xi'_1 B[\alpha'\gamma'] C[\alpha\gamma], a_{j+1} \dots a_n)
 \end{aligned}$$

por lo que este tipo de derivaciones se puede representar de modo condensado mediante ítems de la forma

$$[A, h \mid B, i, \gamma', C, j, \gamma \mid -, -, -, -]$$

Derivaciones de retorno. Corresponden a la transmisión de una pila de índices durante la fase ascendente de la estrategia de análisis e implican la existencia de la siguiente secuencia de subderivaciones:

$$\begin{aligned}
(\xi A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) & \stackrel{*}{\vdash}_{d_1} (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \\
& \stackrel{*}{\vdash}_{d_2} (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] \xi_2 D[\delta\gamma], a_{p+1} \dots a_n) \\
& \stackrel{*}{\vdash}_{d_3} (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] \xi_2 D[\delta\gamma] E[\beta], a_{q+1} \dots a_n) \\
& \stackrel{*}{\vdash}_{d_4} (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\beta\gamma], a_{j+1} \dots a_n)
\end{aligned}$$

donde $\gamma, \gamma', \eta \in V_I$, $\delta, \delta' \in V_I^*$, y bien $\delta = \delta'\gamma'$, bien $\delta'\gamma' = \delta\gamma$ o bien $\delta' = \delta\gamma$. Si $\delta = \delta'\gamma'$ entonces $A[\delta]$ y $B[\delta'\gamma']$ se refieren al mismo elemento de la pila del autómata, en otro caso $A[\delta]$ es el elemento de la pila del autómata más próximo a la cima tal que su pila asociada es δ . La pila $\xi A[\delta]$ no debe ser alterada en ningún momento, aunque se permite la consulta de A en la subderivación d_1 . La pila $\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma']$ no debe ser alterada durante las subderivaciones d_2 , d_3 y d_4 , aunque se permite la consulta de B y de γ' en la subderivación d_2 . La pila $\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] \xi_2 D[\delta\gamma]$ no debe ser alterada durante la subderivación d_3 , aunque se permite la consulta de D y de η . La pila de índices β no debe ser modificada en la derivación d_4 . Sean $\delta = \delta_1 \dots \delta_z$ y $\beta = \beta_1 \dots \beta_z$, donde $\delta_i, \beta_i \in V_I$. Entonces debe cumplirse que $\forall i, \delta_i = \beta_i$, esto es, el contenido de δ y β es el mismo pero ambas pilas son *distintas* pues mientras δ ha sido construida (y posteriormente vaciada) en la fase descendente, la pila β ha sido construida en la fase ascendente a partir de una pila y en lo que resta de la fase ascendente será vaciada. En la figura 8.4 se muestra una representación gráfica de este tipo de transiciones

Para cualquier pila $\xi' \in (P[V_I^*])^*$ y pilas de índices $\alpha, \beta' \in V_I^*$ tal que existe una derivación $(D[\alpha\gamma], a_{p+1} \dots a_n) \stackrel{*}{\vdash} (D[\alpha\gamma] E[\beta'], a_{q+1} \dots a_n)$ se cumple

$$\begin{aligned}
(\xi A[\alpha], a_{h+1} \dots a_n) & \stackrel{*}{\vdash}_{d_1} (\xi A[\alpha] \xi_1 B[\alpha'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \\
& \stackrel{*}{\vdash}_{d_2} (\xi A[\alpha] \xi_1 B[\alpha'\gamma'] \xi_2 D[\alpha\gamma], a_{p+1} \dots a_n) \\
& \stackrel{*}{\vdash}_{d_3} (\xi A[\alpha] \xi_1 B[\alpha'\gamma'] \xi_2 D[\alpha\gamma] E[\beta'], a_{q+1} \dots a_n) \\
& \stackrel{*}{\vdash}_{d_4} (\xi A[\alpha] \xi_1 B[\alpha'\gamma'] C[\beta'\gamma], a_{j+1} \dots a_n)
\end{aligned}$$

por lo que este tipo de derivaciones puede representarse de forma condensada mediante ítems de la forma

$$[A, h \mid B, i, \gamma', C, j, \gamma \mid D, p, E, q]$$

donde los componentes (A, h) y (D, p, E, q) garantizan que estamos considerando el mismo δ en toda la derivación.

Derivaciones de puntos especiales. Corresponden a la creación de una nueva pila de índices o bien a la terminación de una pila de índices e implican la existencia de la siguiente secuencia de subderivaciones.

$$(\xi B[\delta'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \stackrel{*}{\vdash}_d (\xi B[\delta'\gamma'] C[], a_{j+1} \dots a_n)$$

La pila $\xi B[\delta'\gamma']$ no debe ser alterada en ningún momento, aunque se permite la consulta de B . En la figura 8.5 se muestra una representación gráfica de este tipo de transiciones.

Para cualquier $\xi' \in (P[V_I^*])^*$ y $\alpha' \in V_I^*$ se cumple

$$(\xi' B[\alpha'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \stackrel{*}{\vdash}_d (\xi' B[\alpha'\gamma'] C[], a_{j+1} \dots a_n)$$

por lo que se pueden utilizar ítems de la forma

$$[-, - \mid B, i, \gamma', C, j, - \mid -, -, -, -]$$

para representar este tipo de derivaciones.

En la tabla 8.32 se muestran las reglas de combinaciones de ítems para las transiciones de la tabla 8.31, siempre considerando la restricción de que las pilas de índices deben ser construidas durante la fase descendente mediante la aplicación en orden inverso de las operaciones de apilamiento y extracción realizadas durante la fase de llamada. El ítem inicial es de la forma

$$[-, - \mid -, 0, -, \$0, 0, - \mid -, -, -, -]$$

mientras que los ítems finales son de la forma

$$[-, - \mid \$0, 0, -, \$f, n, - \mid -, -, -, -]$$

En las figuras 8.6 y 8.7 se muestra una representación gráfica de los antecedentes involucrados en las reglas de compilación correspondiente a las transiciones $B[\circ\circ_1] C[\circ\circ_2\gamma'] \mapsto F[\circ\circ_2]$ y $B[\circ\circ_1\gamma] C[\circ\circ_2] \mapsto F[\circ\circ_2\gamma]$, respectivamente.

Teorema 8.3 *La manipulación de configuraciones mediante la aplicación de transiciones en los autómatas a pila restringidos con estrategias *-Earley es equivalente a la manipulación de ítems mediante las reglas de combinación de la tabla 8.32.*

Demostración:

Puesto que un ítem representa una derivación y toda derivación debe ser representada por algún ítem, es suficiente con demostrar que la combinación de los ítems produce ítems que se corresponden con derivaciones válidas y que para toda derivación que se pueda producir como resultado de la aplicación de una transición, existe una regla de combinación de ítems que produce un ítem que representa a dicha derivación. A continuación se muestra una lista de todos los casos posibles de derivación que se puedan dar junto con la correspondiente regla de combinación de ítems.

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F[]$
 - a una derivación de llamada:

$$\begin{aligned} (\xi A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) & \overset{*}{\vdash} (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \\ & \overset{*}{\vdash} (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ & \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\delta\gamma] F[], a_{j+1} \dots a_n) \end{aligned}$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma', C, j, \gamma \mid -, -, -, -]}{[-, - \mid C, j, \gamma, F, j, - \mid -, -, -, -]} C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F[]$$

- a una derivación de retorno:

$$\begin{aligned} (\xi A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) & \overset{*}{\vdash} (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \\ & \overset{*}{\vdash} (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] \xi_2 D[\delta\gamma], a_{p+1} \dots a_n) \\ & \overset{*}{\vdash} (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] \xi_2 D[\delta\gamma] E[\beta], a_{q+1} \dots a_n) \\ & \overset{*}{\vdash} (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\beta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ & \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\beta\gamma] F[], a_{j+1} \dots a_n) \end{aligned}$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma', C, j, \gamma \mid D, p, E, q]}{[-, - \mid C, j, \gamma, F, j, - \mid -, -, -, -]} C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F[]$$

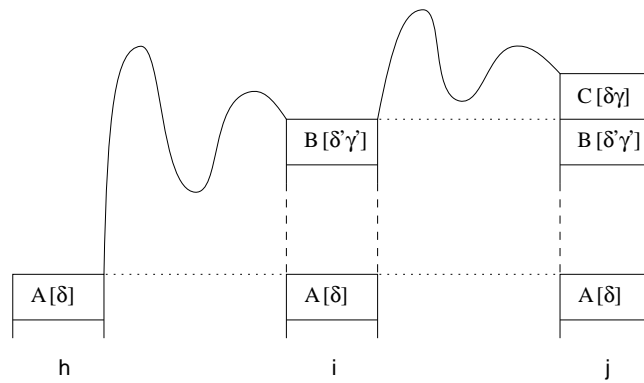


Figura 8.3: Derivaciones de llamada en estrategias *-Earley

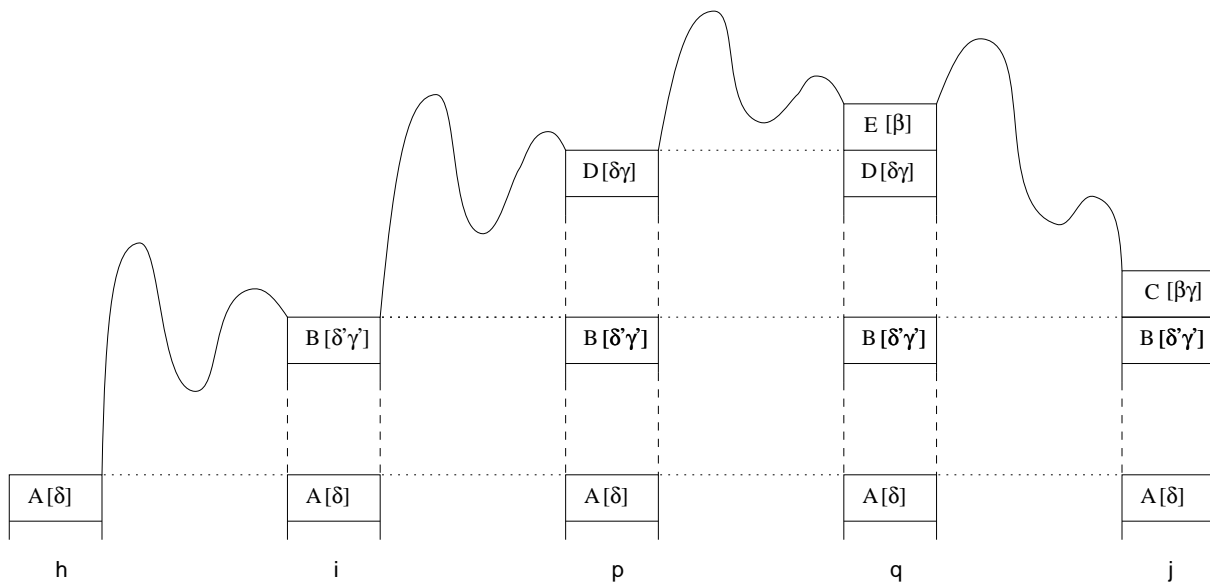


Figura 8.4: Derivaciones de retorno en estrategias *-Earley

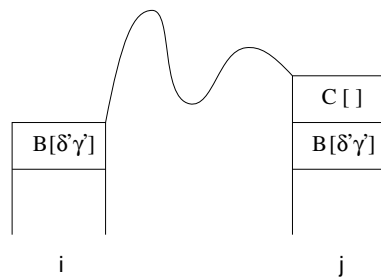


Figura 8.5: Derivaciones de puntos especiales en estrategias *-Earley

$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma', C, j, \gamma \mid D, p, E, q]}{[-, - \mid C, j, \gamma, F, j, - \mid -, -, -, -]} C^{[\circ\circ]} \mapsto C^{[\circ\circ]} F[]$
$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma', C, j, \gamma \mid -, -, -, -]}{[A, h \mid C, j, \gamma, F, j, \gamma \mid -, -, -, -]} C^{[\circ\circ]} \mapsto C^{[\circ\circ]} F^{[\circ\circ]}$
$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma'', C, j, \gamma \mid -, -, -, -]}{[C, j \mid C, j, \gamma, F, j, \gamma' \mid -, -, -, -]} C^{[\circ\circ]} \mapsto C^{[\circ\circ]} F^{[\circ\circ\gamma']}$
$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma'', C, j, \gamma \mid -, -, -, -]}{[M, m \mid N, t, \gamma''', A, h, \gamma' \mid -, -, -, -]} \frac{[M, m \mid C, j, \gamma, F, j, \gamma' \mid -, -, -, -]}{[M, m \mid C, j, \gamma, F, j, \gamma' \mid -, -, -, -]} C^{[\circ\circ\gamma]} \mapsto C^{[\circ\circ\gamma]} F^{[\circ\circ]}$
$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma', C, j, \gamma \mid D, p, E, q]}{[A, h \mid B, i, \gamma', F, j, \gamma \mid D, p, E, q]} C^{[\circ\circ]} \mapsto F^{[\circ\circ]}$
$\frac{[-, - \mid C, j, \gamma, F, k, - \mid -, -, -, -]}{[A, h \mid B, i, \gamma', C, j, \gamma \mid D, p, E, q]} \frac{[A, h \mid B, i, \gamma', G, k, \gamma \mid D, p, E, q]}{[A, h \mid B, i, \gamma', G, k, \gamma \mid D, p, E, q]} C^{[\circ\circ]} F[] \mapsto G^{[\circ\circ]}$
$\frac{[A, h \mid C, j, \gamma, F, k, \gamma \mid D, p, E, q]}{[A, h \mid B, i, \gamma', C, j, \gamma \mid -, -, -, -]} \frac{[A, h \mid B, i, \gamma', G, k, \gamma \mid D, p, E, q]}{[A, h \mid B, i, \gamma', G, k, \gamma \mid D, p, E, q]} C^{[\circ\circ_1]} F^{[\circ\circ_2]} \mapsto G^{[\circ\circ_2]}$
$\frac{[C, i \mid C, i, \gamma, F, k, \gamma' \mid D, p, E, q]}{[A, h \mid B, i, \gamma'', C, i, \gamma \mid -, -, -, -]} \frac{[A, h \mid D, p, \gamma', E, q, \gamma \mid O, u, P, v]}{[A, h \mid B, i, \gamma'', G, k, \gamma \mid O, u, P, v]} C^{[\circ\circ_1]} F^{[\circ\circ_2\gamma']} \mapsto G^{[\circ\circ_2]}$
$\frac{[M, m \mid C, j, \gamma, F, k, \gamma' \mid D, p, E, q]}{[A, h \mid B, i, \gamma'', C, j, \gamma \mid -, -, -, -]} \frac{[M, m \mid N, t, \gamma''', A, h, \gamma' \mid -, -, -, -]}{[A, h \mid B, i, \gamma'', G, k, \gamma \mid C, j, F, k]} C^{[\circ\circ_1\gamma]} F^{[\circ\circ_2]} \mapsto G^{[\circ\circ_2\gamma]}$
$\frac{[-, - \mid B, i, \gamma', C, j, - \mid -, -, -, -]}{[-, - \mid B, i, \gamma', F, k, - \mid -, -, -, -]} C[] \xrightarrow{a} F[]$

Tabla 8.32: Combinación de ítems en las estrategias *-Earley

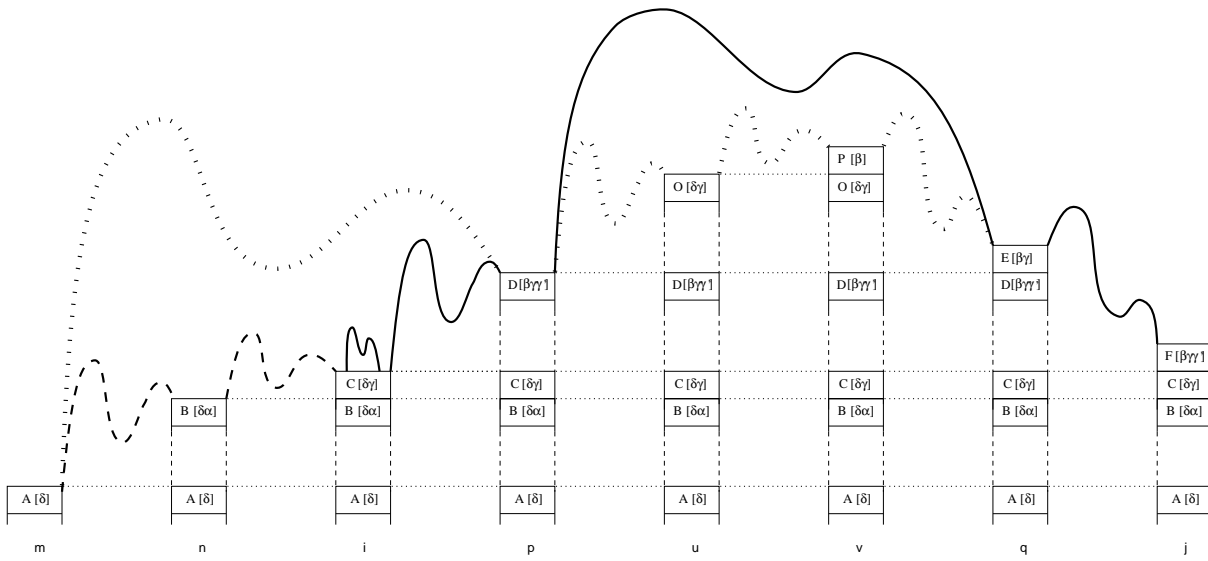


Figura 8.6: Regla de combinación para las transiciones $B[oo_1] C[oo_2\gamma'] \mapsto F[oo_2]$

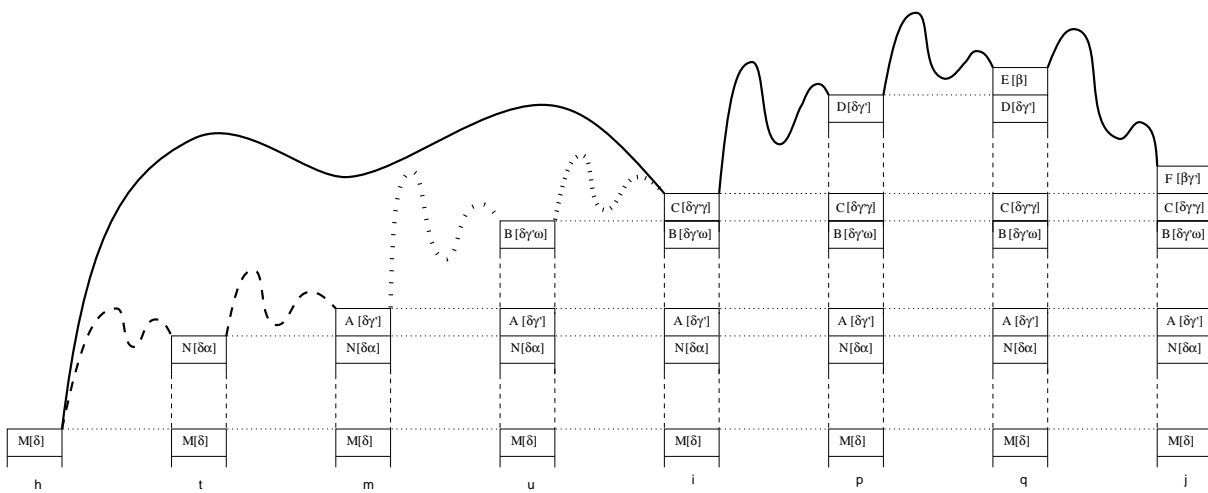


Figura 8.7: Regla de combinación para las transiciones $B[oo_1\gamma] C[oo_2] \mapsto F[oo_2\gamma]$

- a una derivación de puntos especiales:

$$\begin{aligned} (\xi B[\delta'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) & \overset{*}{\vdash} (\xi B[\delta'\gamma'] C[], a_{j+1} \dots a_n) \\ & \overset{*}{\vdash} (\xi B[\delta'\gamma'] C[] F[], a_{j+1} \dots a_n) \end{aligned}$$

$$\frac{[-, - \mid B, i, \gamma', C, j, - \mid -, -, -, -]}{[-, - \mid C, j, \gamma', F, j, - \mid -, -, -, -]} C[\text{oo}] \mapsto C[\text{oo}] F[]$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\text{oo}] \mapsto C[\text{oo}] F[\text{oo}]$

- a una derivación de llamada:

$$\begin{aligned} (\xi A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) & \overset{*}{\vdash} (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \\ & \overset{*}{\vdash} (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ & \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\delta\gamma] F[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \end{aligned}$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma', C, j, \gamma \mid -, -, -, -]}{[A, h \mid C, j, \gamma, F, j, \gamma \mid -, -, -, -]} C[\text{oo}] \mapsto C[\text{oo}] F[\text{oo}]$$

- a una derivación de puntos especiales:

$$\begin{aligned} (\xi B[\delta'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) & \overset{*}{\vdash} (\xi B[\delta'\gamma'] C[], a_{j+1} \dots a_n) \\ & \overset{*}{\vdash} (\xi B[\delta'\gamma'] C[] F[], a_{j+1} \dots a_n) \end{aligned}$$

$$\frac{[-, - \mid B, i, \gamma', C, j, - \mid -, -, -, -]}{[-, - \mid C, j, -, F, j, - \mid -, -, -, -]} C[\text{oo}] \mapsto C[\text{oo}] F[\text{oo}]$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\text{oo}] \mapsto C[\text{oo}] F[\text{oo}\gamma']$

- a una derivación de llamada:

$$\begin{aligned} (\xi A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) & \overset{*}{\vdash} (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''], a_{i+1} \dots a_n) \\ & \overset{*}{\vdash} (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ & \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma] F[\delta\gamma\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \end{aligned}$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \delta'', C, j, \gamma \mid -, -, -, -]}{[C, j \mid C, j, \gamma, F, j, \gamma' \mid -, -, -, -]} C[\text{oo}] \mapsto C[\text{oo}] F[\text{oo}\gamma']$$

- a una derivación de puntos especiales:

$$\begin{aligned} (\xi B[\delta'\gamma''], a_{i+1} \dots a_n) & \overset{*}{\vdash} (\xi B[\delta'\gamma''] C[], a_{j+1} \dots a_n) \\ & \overset{*}{\vdash} (\xi B[\delta'\gamma''] C[] F[\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \end{aligned}$$

$$\frac{[-, - \mid B, i, \gamma'', C, j, - \mid -, -, -, -]}{[C, j \mid C, j, -, F, j, \gamma' \mid -, -, -, -]} C[\text{oo}] \mapsto C[\text{oo}] F[\text{oo}\gamma']$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\text{oo}\gamma] \mapsto C[\text{oo}\gamma] F[\text{oo}]$ a una derivación de llamada:

$$\begin{aligned} (\xi M[\delta], a_{h+1} \dots a_n) & \overset{*}{\vdash} (\xi M[\delta] \xi_1 N[\delta''\gamma'''], a_{h+1} \dots a_n) \\ & \overset{*}{\vdash} (\xi M[\delta] \xi_1 N[\delta''\gamma'''] A[\delta\gamma'], a_{h+1} \dots a_n) \\ & \overset{*}{\vdash} (\xi M[\delta] \xi_1 N[\delta''\gamma'''] A[\delta\gamma'] \xi_2 B[\delta'\gamma''], a_{i+1} \dots a_n) \\ & \overset{*}{\vdash} (\xi M[\delta] \xi_1 N[\delta''\gamma'''] A[\delta\gamma'] \xi_2 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma'\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ & \vdash (\xi M[\delta] \xi_1 N[\delta''\gamma'''] A[\delta\gamma'] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma'\gamma] F[\delta\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \end{aligned}$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma'', C, j, \gamma \mid -, -, -, -]}{[M, m \mid N, t, \gamma''', A, h, \gamma' \mid -, -, -, -]} \frac{[M, m \mid C, j, \gamma, F, j, \gamma' \mid -, -, -, -]}{C[\text{oo}\gamma] \mapsto C[\text{oo}\gamma] F[\text{oo}]}$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ] \mapsto F[\circ\circ]$

- a una derivación de llamada:

$$\begin{array}{c}
 (\xi A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] F[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \end{array} \\
 \frac{[A, h \mid B, i, \gamma', C, j, \gamma \mid -, -, -, -]}{[A, h \mid B, i, \gamma', F, j, \gamma \mid -, -, -, -]} \quad C[\circ\circ] \mapsto F[\circ\circ]
 \end{array}$$

- a una derivación de retorno:

$$\begin{array}{c}
 (\xi A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] \xi_2 D[\delta\gamma], a_{p+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] \xi_2 D[\delta\gamma] E[\beta], a_{q+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\beta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] F[\beta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \end{array} \\
 \frac{[A, h \mid B, i, \gamma', C, j, \gamma \mid D, p, E, q]}{[A, h \mid B, i, \gamma', F, j, \gamma \mid D, p, E, q]} \quad C[\circ\circ] \mapsto F[\circ\circ]
 \end{array}$$

- a una derivación de puntos especiales:

$$\begin{array}{c}
 (\xi B[\delta'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\xi B[\delta'\gamma'] C[\], a_{j+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi B[\delta'\gamma'] F[\], a_{j+1} \dots a_n) \end{array} \\
 \frac{[-, - \mid B, i, \gamma', C, j, - \mid -, -, -, -]}{[-, - \mid B, i, \gamma', F, j, - \mid -, -, -, -]} \quad C[\circ\circ] \mapsto F[\circ\circ]
 \end{array}$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\circ\circ]$ obtenida tras aplicar una transición $C[\circ\circ] \mapsto C[\] F'[\circ\circ]$

- a una derivación de llamada:

$$\begin{array}{c}
 (\xi A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\delta\gamma] F'[\], a_{j+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\delta\gamma] F[\], a_{k+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] G[\delta\gamma], a_{k+1} \dots a_n) \end{array} \\
 \frac{[-, - \mid C, j, \gamma, F, k, - \mid -, -, -, -]}{[A, h \mid B, i, \gamma', C, j, \gamma \mid -, -, -, -]} \quad \frac{[A, h \mid B, i, \gamma', G, k, \gamma \mid -, -, -, -]}{[A, h \mid B, i, \gamma', G, k, \gamma \mid -, -, -, -]} \quad C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\circ\circ]
 \end{array}$$

- a una derivación de retorno:

$$\begin{array}{c}
 (\xi A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] \xi_2 D[\delta\gamma], a_{p+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] \xi_2 D[\delta\gamma] E[\beta], a_{q+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\beta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\beta\gamma] F'[\], a_{j+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\beta\gamma] F[\], a_{k+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] G[\beta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \end{array} \\
 \frac{[-, - \mid C, j, \gamma, F, k, - \mid -, -, -, -]}{[A, h \mid B, i, \gamma', C, j, \gamma \mid D, p, E, q]} \quad \frac{[A, h \mid B, i, \gamma', G, k, \gamma \mid D, p, E, q]}{[A, h \mid B, i, \gamma', G, k, \gamma \mid D, p, E, q]} \quad C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\circ\circ]
 \end{array}$$

- a una derivación de puntos especiales:

$$\begin{array}{l}
(\xi B[\delta'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\xi B[\delta'\gamma'] C[], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi B[\delta'\gamma'] C[] F'[], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi B[\delta'\gamma'] C[] F[], a_{k+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi B[\delta'\gamma'] G[], a_{k+1} \dots a_n) \end{array} \\
\\
\frac{\begin{array}{l} [-, - \mid C, j, \gamma, F, k, - \mid -, -, -, -] \\ [-, - \mid B, i, \gamma', C, j, - \mid -, -, -, -] \end{array}}{[-, - \mid B, i, \gamma', G, k, - \mid -, -, -, -]} \quad C[\circ\circ] F[] \mapsto G[\circ\circ]
\end{array}$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ_1] F[\circ\circ_2] \mapsto G[\circ\circ_2]$

- a una derivación de retorno obtenida tras aplicar una transición $C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F'[\circ\circ]$ a una derivación de llamada:

$$\begin{array}{l}
(\xi A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\delta\gamma] F'[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\delta\gamma] F'[\delta\gamma] \xi_2 D[\delta\gamma], a_{p+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\delta\gamma] F'[\delta\gamma] \xi_2 D[\delta\gamma] E[\beta], a_{q+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\delta\gamma] F[\beta\gamma], a_{k+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] G[\beta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \end{array} \\
\\
\frac{\begin{array}{l} [A, h \mid C, j, \gamma, F, k, \gamma \mid D, p, E, q] \\ [A, h \mid B, i, \gamma', C, j, \gamma \mid -, -, -, -] \end{array}}{[A, h \mid B, i, \gamma', G, k, \gamma \mid D, p, E, q]} \quad C[\circ\circ_1] F[\circ\circ_2] \mapsto G[\circ\circ_2]
\end{array}$$

- a una derivación de puntos especiales obtenida tras aplicar una transición $C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F'[\circ\circ]$ a una derivación de puntos especiales:

$$\begin{array}{l}
(\xi B[\delta'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\xi B[\delta'\gamma'] C[], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi B[\delta'\gamma'] C[] F'[], a_{j+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi B[\delta'\gamma'] C[] F[], a_{k+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi B[\delta'\gamma'] G[], a_{k+1} \dots a_n) \end{array} \\
\\
\frac{\begin{array}{l} [-, - \mid C, j, \gamma, F, k, - \mid -, -, -, -] \\ [-, - \mid B, i, \gamma', C, j, - \mid -, -, -, -] \end{array}}{[-, - \mid B, i, \gamma', G, k, \gamma \mid -, -, -, -]} \quad C[\circ\circ_1] F[\circ\circ_2] \mapsto G[\circ\circ_2]
\end{array}$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ_1] F[\circ\circ_2\gamma'] \mapsto G[\circ\circ_2]$ a una derivación de retorno obtenida tras aplicar una transición $C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[\circ\circ] F'[\circ\circ\gamma']$

- a una derivación de llamada:

$$\begin{array}{l}
(\xi A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \\
* \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''], a_{i+1} \dots a_n) \\
* \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma] F'[\delta\gamma\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \\
* \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma] F'[\delta\gamma\gamma'] \xi_1 D[\delta\gamma\gamma'], a_{p+1} \dots a_n) \\
* \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma] F'[\delta\gamma\gamma'] \xi_1 D[\delta\gamma\gamma'] \xi_2 O[\delta\gamma], a_{u+1} \dots a_n) \\
* \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma] F'[\delta\gamma\gamma'] \xi_1 D[\delta\gamma\gamma'] \xi_2 O[\delta\gamma] P[\beta], a_{v+1} \dots a_n) \\
* \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma] F'[\delta\gamma\gamma'] \xi_1 D[\delta\gamma\gamma'] E[\beta\gamma], a_{q+1} \dots a_n) \\
* \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma] F[\beta\gamma\gamma'], a_{k+1} \dots a_n) \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''] G[\beta\gamma], a_{k+1} \dots a_n)
\end{array}$$

$$\frac{\begin{array}{l} [C, i \mid C, i, \gamma, F, k, \gamma' \mid D, p, E, q] \\ [A, h \mid B, i, \gamma'', C, i, \gamma \mid -, -, -, -] \\ [A, h \mid D, p, \gamma', E, q, \gamma \mid O, u, P, v] \end{array}}{[A, h \mid B, i, \gamma'', G, k, \gamma \mid O, u, P, v]} C[\circ\circ_1] F[\circ\circ_2\gamma'] \mapsto G[\circ\circ_2]$$

- a una derivación de puntos especiales:

$$\begin{array}{l} (\xi B[\delta'\gamma''], a_{i+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\xi B[\delta'\gamma''] C[], a_{j+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi B[\delta'\gamma''] C[] F'[\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi B[\delta'\gamma''] C[] F'[\gamma'] \xi_1 D[\gamma'], a_{p+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi B[\delta'\gamma''] C[] F'[\gamma'] \xi_1 D[\gamma'] E[], a_{q+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi B[\delta'\gamma''] C[] F[\gamma'], a_{k+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi B[\delta'\gamma''] G[], a_{k+1} \dots a_n) \end{array} \end{array}$$

$$\frac{\begin{array}{l} [C, i \mid C, i, -, F, k, \gamma' \mid D, p, E, q] \\ [-, - \mid B, i, \gamma'', C, i, - \mid -, -, -, -] \\ [-, - \mid D, p, \gamma', E, q, - \mid -, -, -, -] \end{array}}{[-, - \mid B, i, \gamma'', G, k, - \mid -, -, -, -]} C[\circ\circ_1] F[\circ\circ_2\gamma'] \mapsto G[\circ\circ_2]$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ_1\gamma] F[\circ\circ_2] \mapsto G[\circ\circ_2\gamma]$ a una derivación de retorno obtenida tras aplicar una transición $C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[\circ\circ\gamma] F'[\circ\circ]$ a una derivación de llamada:

$$\begin{array}{l} (\xi M[\delta''\gamma'''], a_{h+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi M[\delta''\gamma'''] \xi_1 N[\delta\alpha_1], a_{h+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi M[\delta''\gamma'''] \xi_1 N[\delta\alpha_1] A[\delta\gamma'], a_{h+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi M[\delta''\gamma'''] \xi_1 N[\delta\alpha_1] A[\delta\gamma'] \xi_2 B[\delta'\gamma''], a_{i+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi M[\delta''\gamma'''] \xi_1 N[\delta\alpha_1] A[\delta\gamma'] \xi_2 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma'\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi M[\delta''\gamma'''] \xi_1 N[\delta\alpha_1] A[\delta\gamma'] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma'\gamma] F'[\delta\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi M[\delta''\gamma'''] \xi_1 N[\delta\alpha_1] A[\delta\gamma'] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma'\gamma] F'[\delta\gamma'] \xi_2 D[\delta\gamma'], a_{p+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi M[\delta''\gamma'''] \xi_1 N[\delta\alpha_1] A[\delta\gamma'] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma'\gamma] F'[\delta\gamma'] \xi_2 D[\delta\gamma'] E[\beta], a_{q+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi M[\delta''\gamma'''] \xi_1 N[\delta\alpha_1] A[\delta\gamma'] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma'\gamma] F[\beta\gamma'], a_{k+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi M[\delta''\gamma'''] \xi_1 N[\delta\alpha_1] A[\delta\gamma'] \xi_1 B[\delta'\gamma''] G[\beta\gamma'\gamma], a_{k+1} \dots a_n) \end{array}$$

$$\frac{\begin{array}{l} [M, m \mid C, j, \gamma, F, k, \gamma' \mid D, p, E, q] \\ [A, h \mid B, i, \gamma'', C, j, \gamma \mid -, -, -, -] \\ [M, m \mid N, t, \gamma'', A, h, \gamma' \mid -, -, -, -] \end{array}}{[A, h \mid B, i, \gamma'', G, k, \gamma \mid C, j, F, k]} C[\circ\circ_1\gamma] F[\circ\circ_2] \mapsto G[\circ\circ_2\gamma]$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[] \xrightarrow{a} F[]$ a una derivación de puntos especiales:

$$\begin{array}{l} (\xi B[\delta'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\xi B[\delta'\gamma'] C[], a_{j+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi B[\delta'\gamma'] F[], a_{k+1} \dots a_n) \end{array} \end{array}$$

$$\frac{[-, - \mid B, i, \gamma', C, j, - \mid -, -, -, -]}{[-, - \mid B, i, \gamma', F, k, - \mid -, -, -, -]} C[] \xrightarrow{a} F[]$$

donde $k = j$ si $a = \epsilon$ y $k = j + 1$ si $a = a_{j+1}$.

Si aplicamos inducción en la longitud de una derivación, a partir de la lista observamos que para cualquier derivación obtenida mediante la aplicación de una transición, existe una regla de combinación que busca los ítems correspondientes a las subderivaciones relevantes y

que produce el ítem correspondiente a la derivación resultante. También podemos observar que dada una regla de combinación de ítems, existen subderivaciones en el autómata que se corresponden con cada uno de los ítems antecedentes y que combinadas entre sí producen la derivación correspondiente al ítem consecuente. \square

La complejidad temporal de esta técnica de tabulación, con respecto a la longitud n de la cadena de entrada, es $\mathcal{O}(n^7)$. Este incremento de complejidad con respecto a las técnicas de tabulación para estrategias *-ascendentes es debido a la regla de combinación

$$\frac{\begin{array}{l} [B, i \mid B, i, C, j, \gamma' \mid D, p, E, q] \\ [M, m \mid N, t, B, i, \gamma \mid -, -, -, -] \\ [M, m \mid D, p, E, q, \gamma \mid O, u, P, v] \end{array}}{[M, m \mid N, t, F, k, \gamma \mid O, u, P, v]} \quad B[\circ\circ_1] C[\circ\circ_2\gamma'] \mapsto F[\circ\circ_2]$$

que involucra la combinación de 8 posiciones de la cadena de entrada, aunque sólo es preciso utilizar 7 de ellas conjuntamente. Para reducir la complejidad podemos utilizar la técnica propuesta en [53, 125], consistente en dividir la regla mencionada en dos reglas de menor complejidad, de tal modo que la primera genere un pseudo-ítem intermedio que proporcione la información relevante para la segunda. En este caso en particular, se trata de repartir la información proporcionada por el ítem $[M, m \mid N, t, F, k, \gamma \mid O, u, P, v]$ entre las dos nuevas reglas:

$$\frac{\begin{array}{l} [B, i \mid B, i, C, j, \gamma' \mid D, p, E, q] \\ [M, m \mid D, p, E, q, \gamma \mid O, u, P, v] \end{array}}{[[B, i, C, j, \gamma' \mid O, u, P, v]]} \quad B[\circ\circ_1] C[\circ\circ_2\gamma'] \xrightarrow{F} [\circ\circ_2]$$

$$\frac{\begin{array}{l} [[B, i, C, j, \gamma' \mid O, u, P, v]] \\ [M, m \mid N, t, B, i, \gamma \mid -, -, -, -] \\ [M, m \mid D, p, E, q, \gamma \mid O, u, P, v] \end{array}}{[M, m \mid N, t, F, j, \gamma \mid O, u, P, v]} \quad B[\circ\circ_1] C[\circ\circ_2\gamma'] \mapsto F[\circ\circ_2]$$

donde $[[B, i, C, j, \gamma' \mid O, u, P, v]]$ es el pseudo-ítem. La diferencia con una aplicación parcial es que la primera regla ignora los elementos M y m en el pseudo-ítem generado, puesto que tales elementos son posteriormente recuperados del segundo y tercer ítem que intervienen en la segunda regla, que junto con el pseudo-ítem son suficientes para garantizar la existencia del ítem $[B, i \mid B, i, C, j, \gamma' \mid D, p, E, q]$ por la definición de derivaciones de llamada y retorno. La primera regla presenta una complejidad temporal $\mathcal{O}(n^6)$ (la posición m no interviene) y la segunda presenta también una complejidad $\mathcal{O}(n^6)$ (las posiciones p y q no intervienen) por lo que hemos logrado rebajar la complejidad temporal final de la técnica de tabulación a $\mathcal{O}(n^6)$.

La complejidad espacial con respecto a la longitud de la cadena de entrada es $\mathcal{O}(n^5)$ puesto que cada ítem almacena cinco posiciones con respecto a la cadena de entrada.

8.5.4. Tabulación de estrategias *-descendentes

Las estrategias de tipo *-descendentes se caracterizan porque las pilas de índices se construyen durante la fase de llamada y no son propagadas durante la fase de retorno. Esto quiere decir que todas las restricciones dependientes del contexto impuestas por los índices son comprobadas en la fase de llamada. Como consecuencia, las técnicas tabulares son más complejas que en el caso de estrategias *-ascendentes, puesto que debemos comprobar ciertas operaciones realizadas en la fase de llamada para garantizar que la fase de retorno actúa correctamente.

Las transiciones mostradas en la tabla 8.33 se corresponden con los tipos de transiciones utilizadas en los esquemas de compilación de LIG y TAG que incorporan estrategias *-descendentes,

Transición	Compilación de LIG	Compilación de TAG
$C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F[]$	[INIT][CALL]	[INIT][CALL]
$C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[\circ\circ\gamma] F[\circ\circ\gamma']$	[SCALL]	[SCALL][ACALL][FCALL]
$C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$	[SEL][PUB][SCAN]	[SEL][PUB][SCAN]
$C[\circ\circ] F[] \mapsto G[\circ\circ]$	[RET]	[RET]
$C[\circ\circ] F[] \mapsto G[]$	[SRET]	[SRET][ARET][FRET]

Tabla 8.33: Tipos de transiciones en las estrategias *-descendente

con la salvedad de las transiciones de la forma $B[\circ\circ] C[] \mapsto F[\circ\circ]$, que constituyen una generalización de las transiciones $B[\circ\circ\gamma] C[] \mapsto F[\circ\circ\gamma]$ utilizadas en tales esquemas. Con las transiciones de la tabla 8.33 es posible construir autómatas a pila restringidos que aceptan lenguajes que no pertenecen a la clase de los lenguajes de adjunción de árboles. Ello se debe a que la utilización combinada de transiciones $C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[\circ\circ\gamma] F[\circ\circ\gamma']$ y $C[\circ\circ] F[] \mapsto G[\circ\circ]$ permitiría crear derivaciones de la forma

$$\begin{aligned}
(\xi C_1[\delta], w_1) &\vdash (\xi C[\delta] F_1[\delta], w_1) \\
&\quad^* \vdash (\xi C[\delta] F'_1[], w_2) \\
&\vdash (\xi C_2[\delta], w_2) \\
&\vdash (\xi C_2[\delta] F_2[], w_2) \\
&\quad^* \vdash (\xi C_2[\delta] F'_2[\delta], w_3) \\
&\vdash (\xi C_3[\delta], w_3) \\
&\vdash (\xi C_3[\delta] F_3[], w_3) \\
&\quad \vdots
\end{aligned}$$

en las cuales una pila de índices es compartida por F_1, F_2, F_3, \dots , perdiéndose de ese modo la linealidad. Para evitar este tipo de derivaciones no deseadas debemos establecer la restricción de que en toda derivación, una transición $C[\circ\circ] F[] \mapsto G[\circ\circ]$ sólo puede ser utilizada para eliminar de la pila un elemento $F[]$ que se encuentra a la misma altura que un elemento $F'[]$ apilado mediante una transición $C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[\circ\circ\gamma] F'[]$. En el caso de que el elemento $F'[]$ hubiese sido apilado utilizando otro tipo de transición, el elemento $F[]$ deberá ser sacado de la pila utilizando una transición $C[\circ\circ] F[] \xrightarrow{a} G[]$.

Teorema 8.4 *Los autómatas lógicos a pila restringidos que utilizan el juego de transiciones de la tabla 8.33 y que únicamente emparejan transiciones $C[\circ\circ] F[] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]$ con transiciones $C[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{a} C[\circ\circ\gamma] F'[]$, aceptan la clase de los lenguajes de adjunción de árboles.*

Demostración:

Por los esquemas de compilación de LIG y TAG en autómatas lógicos a pila restringidos sabemos que los lenguajes de adjunción de árboles son aceptados por RLPDA utilizando las transiciones de la tabla 8.33 con las restricciones mencionadas.

Para demostrar que todo lenguaje aceptado por un RLPDA que utilice las transiciones de la tabla 8.33 con las restricciones mencionadas es un lenguaje de adjunción de árboles,

definiremos un procedimiento para crear una gramática lineal de índices a partir de tales autómatas.

Sea $\mathcal{A} = (V_T, P, V_I, \mathcal{X}, \$_0, \$_f, \Theta)$ un autómata lógico a pila restringido. Construiremos una gramática lineal de índices $\mathcal{L} = (V_T, V_N, V_I, S, Prod)$, donde el conjunto V_N de no-terminales estará formado por pares $\langle E, B \rangle$ tal que $A, B \in P$. Para que \mathcal{L} reconozca el lenguaje aceptado por \mathcal{A} el conjunto de producciones en $Prod$ ha de construirse a partir de las transiciones en Θ de la siguiente manera:

- Para toda transición $C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$ y para todo $E \in P$ creamos una producción

$$\langle C, E \rangle[\circ\circ] \rightarrow a \langle F, E \rangle[\circ\circ]$$

- Para todo par de transiciones $C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\circ\circ]$ y $C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F'[\]$, y para todo $E \in P$ creamos una producción

$$\langle C, E \rangle[\circ\circ] \rightarrow \langle F', F \rangle[\] \langle G, E \rangle[\circ\circ]$$

- Para todo par de transiciones $C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\]$ y $C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[\circ\circ\gamma] F'[\circ\circ\gamma']$, y para todo $E \in P$ creamos una producción

$$\langle C, E \rangle[\circ\circ\gamma] \rightarrow \langle F', F \rangle[\circ\circ\gamma'] \langle G, E \rangle[\]$$

- Para todo $E \in P$ creamos una producción

$$\langle E, E \rangle[\] \rightarrow \epsilon$$

- Para toda transición $\$_0[\circ\circ] \mapsto \$_0[\circ\circ] F[\]$ o $\$_0[\circ\circ] \mapsto \$_0[\circ\circ] F[\circ\circ]$, donde $F \in P - \{\$_0\}$, creamos una producción

$$\langle \$_0, \$_0 \rangle[\circ\circ] \rightarrow \langle F, \$_f \rangle[\circ\circ]$$

- Para toda transición $C[\circ\circ] \xrightarrow{a} \$_f[\circ\circ]$ creamos una transición

$$\langle C, \$_f \rangle[\] \rightarrow a$$

Con respecto al axioma de la gramática, tenemos que $S = \langle \$_0, \$_0 \rangle$.

Mediante inducción en la longitud de las derivaciones, es posible mostrar que $\langle B, E \rangle[\alpha] \xrightarrow{*} w$ si y sólo si $(B[\alpha], w) \vdash^* (E[\], \epsilon)$, puesto que

- Si una derivación $(C[\alpha], w) \vdash^* (E[\], \epsilon)$ es el resultado de aplicar la secuencia t_1, \dots, t_m de transiciones en Θ , entonces existe una secuencia p_1, \dots, p'_m de producciones en $Prod$ tal que la derivación $\langle C, E \rangle[\alpha] \xrightarrow{*} w$ resultado de aplicar p_1, \dots, p'_m reconoce w . La demostración se realiza por inducción en la longitud de la derivación del autómata.

El caso base lo constituye la derivación $(E[\], \epsilon) \vdash^0 (E[\], \epsilon)$, para la que existe una transición $\langle E, E \rangle[\] \rightarrow \epsilon$. Por hipótesis de inducción suponemos que la proposición se cumple para cualquier derivación del autómata de longitud m . En tal caso, durante el paso de inducción verificamos que se cumple para cualquier posible derivación de longitud mayor que m :

- Si $(C[\alpha], aw) \vdash (F[\alpha], w) \vdash^m (E[\], \epsilon)$, existe una producción $\langle C, E \rangle[\circ\circ] \rightarrow a \langle F, E \rangle[\circ\circ]$, por hipótesis de inducción $\langle F, E \rangle[\alpha] \xrightarrow{*} w$ y en consecuencia $\langle C, E \rangle[\alpha] \xrightarrow{*} aw$.
- Si $(C[\alpha], w_1 w_2) \vdash (C[\alpha] F'[\], w_1 w_2) \vdash^{m_1} (C[\alpha] F[\], w_2) \vdash (G[\alpha], w_2) \vdash^{m_2} (E[\], \epsilon)$, existe una producción $\langle C, E \rangle[\circ\circ] \rightarrow \langle F', F \rangle[\] \langle G, E \rangle[\circ\circ]$, por hipótesis de inducción $\langle F', F \rangle[\] \xrightarrow{*} w_1$ y $\langle G, E \rangle[\alpha] \xrightarrow{*} w_2$ y en consecuencia $\langle B, E \rangle[\alpha] \xrightarrow{*} w_1 w_2$.

- Si $\langle C[\alpha\gamma], w_1w_2 \rangle \vdash \langle C[\alpha\gamma]F'[\alpha\gamma'], w_1w_2 \rangle \stackrel{m_1}{\vdash} \langle C[\alpha\gamma] F[], w_2 \rangle \vdash \langle G[], w_2 \rangle \stackrel{m_2}{\vdash} \langle E[], \epsilon \rangle$, existe una producción $\langle C, E \rangle[\circ\circ\gamma] \rightarrow \langle F', F \rangle[\circ\circ\gamma'] \langle G, E \rangle[]$, por hipótesis de inducción $\langle F', F \rangle[\alpha\gamma'] \stackrel{*}{\Rightarrow} w_1$ y $\langle G, E \rangle[] \stackrel{*}{\Rightarrow} w_2$ y en consecuencia $\langle C, E \rangle[\alpha\gamma] \stackrel{*}{\Rightarrow} w_1w_2$.
- Si una derivación izquierda $\langle C, E \rangle[\alpha] \stackrel{*}{\Rightarrow} w$ reconoce la cadena w como resultado de aplicar la secuencia p_1, \dots, p_m de producciones en $Prod$, entonces existe una secuencia de transiciones t_1, \dots, t'_m tal que la derivación $\langle C[\alpha], w \rangle \vdash \langle E[], \epsilon \rangle$ es el resultado de aplicar la secuencia de transiciones t_1, \dots, t'_m . La demostración se realiza por inducción en la longitud de la derivación de la gramática. El caso base lo constituye la derivación $\langle E, E \rangle[] \Rightarrow \epsilon$, para la que existe una derivación $\langle E[], \epsilon \rangle \vdash \langle E[], \epsilon \rangle$ en el autómata. Por hipótesis de inducción suponemos que la proposición se cumple para cualquier derivación de la gramática de longitud m . En tal caso, durante el paso de inducción verificamos que se cumple para cualquier posible derivación de longitud mayor que m :
 - Si $\langle C, E \rangle[\alpha] \Rightarrow a \langle F, E \rangle[\alpha] \stackrel{m}{\Rightarrow} aw$, existe una transición $C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$, por hipótesis de inducción $\langle F[\alpha], w \rangle \vdash \langle E[], \epsilon \rangle$ y en consecuencia $\langle C[\alpha], aw \rangle \vdash \langle E[], \epsilon \rangle$.
 - Si $\langle C, E \rangle[\alpha] \Rightarrow \langle F', F \rangle[] \langle G, E \rangle[\alpha] \stackrel{m_1}{\Rightarrow} w_1 \langle G, E \rangle[\alpha] \stackrel{m_2}{\Rightarrow} w_1w_2$, existe un par de transiciones $C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F'[\]$ y $C[\circ\circ] F[] \mapsto G[\circ\circ]$, por hipótesis de inducción $\langle F'[\], w_1 \rangle \vdash \langle F[], \epsilon \rangle$ y $\langle G[\alpha], w_2 \rangle \vdash \langle E[], \epsilon \rangle$ y en consecuencia $\langle C[\alpha], w_1w_2 \rangle \vdash \langle E[], \epsilon \rangle$.
 - Si $\langle C, E \rangle[\alpha\gamma] \Rightarrow \langle F', F \rangle[\alpha\gamma'] \langle G, E \rangle[] \stackrel{m_1}{\Rightarrow} w_1 \langle G, E \rangle[] \stackrel{m_2}{\Rightarrow} w_1w_2$, existe un par de transiciones $C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[\circ\circ\gamma] F'[\circ\circ\gamma']$ y $C[\circ\circ] F[] \mapsto G[]$, por hipótesis de inducción $\langle F'[\alpha\gamma'], w_1 \rangle \vdash \langle F[], \epsilon \rangle$ y $\langle G[], w_2 \rangle \vdash \langle E[], \epsilon \rangle$ y en consecuencia $\langle C[\alpha\gamma], w_1w_2 \rangle \vdash \langle E[], \epsilon \rangle$.

□

A continuación diseñaremos una técnica de tabulación general para los autómatas lógicos a pila restringidos que utilizan las transiciones de la tabla 8.33 con la restricción mencionada anteriormente. Debemos considerar los siguientes tipos de derivaciones:

Derivaciones de llamada. Corresponden a la transmisión de una pila de índices en la fase de llamada de la estrategia de análisis e implican la existencia de la siguiente secuencia de subderivaciones:

$$\begin{aligned} (\xi A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) & \stackrel{*}{\vdash}_{d_1} (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \\ & \stackrel{*}{\vdash}_{d_2} (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \end{aligned}$$

donde $\gamma, \gamma' \in V_I$, $\delta, \delta' \in V_I^*$ y bien $\delta = \delta'\gamma'$, bien $\delta'\gamma' = \delta\gamma$ o bien $\delta' = \delta\gamma$. La pila $\xi A[\delta]$ no debe ser alterada en ningún momento, aunque se permite la consulta de A . La pila $\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma']$ no debe ser alterada durante la subderivación d_2 , aunque se permite la consulta de B y de γ' . $A[\delta]$ se corresponde con el elemento de la pila del autómata más próximo a la cima tal que su pila asociada es δ . Evidentemente, si $\delta'\gamma' = \delta$, entonces $A[\delta]$ y $B[\delta'\gamma']$ son el mismo elemento. La figura 8.8 muestra una representación gráfica de este tipo de derivaciones.

Para cualquier $\xi' \in (P[V_I^*])^*$ y $\alpha \in V_I^*$ tal que las restricciones previamente enunciadas para δ y δ' son aplicadas a α y α' , se cumple que:

$$\begin{aligned} (\xi' A[\alpha], a_{h+1} \dots a_n) & \stackrel{*}{\vdash}_{d_1} (\xi' A[\alpha] \xi'_1 B[\alpha'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \\ & \stackrel{*}{\vdash}_{d_2} (\xi' A[\alpha] \xi'_1 B[\alpha'\gamma'] C[\alpha\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \end{aligned}$$

En consecuencia, podremos utilizar ítems de la forma

$$[A, h \mid B, i, \gamma', C, j, \gamma \mid -, -, -, -, -]$$

para representar este tipo de derivaciones.

Derivaciones de retorno. Corresponden a la fase de retorno de la estrategia de análisis e implican la existencia de la siguiente secuencia de subderivaciones:

$$\begin{aligned} (\xi A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) & \overset{*}{\vdash}_{d_1} (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta' \gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \\ & \overset{*}{\vdash}_{d_2} (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta' \gamma'] \xi_2 D[\delta \eta], a_{p+1} \dots a_n) \\ & \overset{*}{\vdash}_{d_3} (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta' \gamma'] \xi_2 D[\delta \eta] E[], a_{q+1} \dots a_n) \\ & \overset{*}{\vdash}_{d_4} (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta' \gamma'] C[], a_{j+1} \dots a_n) \end{aligned}$$

donde $\gamma, \gamma', \eta \in V_I$, $\delta, \delta' \in V_I^*$, y bien $\delta = \delta' \gamma'$, bien $\delta' \gamma' = \delta \gamma$ o bien $\delta' = \delta \gamma$. Si $\delta = \delta' \gamma'$ entonces $A[\delta]$ y $B[\delta' \gamma']$ se refieren al mismo elemento de la pila del autómata, en otro caso $A[\delta]$ es el elemento de la pila del autómata más próximo a la cima tal que su pila asociada es δ . La pila $\xi A[\delta]$ no debe ser alterada en ningún momento, aunque se permite la consulta de A en la subderivación d_1 . La pila $\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta' \gamma']$ no debe ser alterada durante las subderivaciones d_2, d_3 y d_4 , aunque se permite la consulta de B y de γ' en la subderivación d_2 . La pila $\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta' \gamma'] \xi_2 D[\delta \eta]$ no debe ser alterada durante la subderivación d_3 , aunque se permite la consulta de D y de η . La figura 8.9 muestra una representación gráfica de este tipo de derivaciones.

Para cualquier pila $\xi' \in (P[V_I^*])^*$ y pila de índices $\alpha \in V_I^*$ tal que existe una derivación $(D[\alpha \eta], a_{p+1} \dots a_n) \overset{*}{\vdash} (D[\alpha \eta] E[], a_{q+1} \dots a_n)$ se cumple

$$\begin{aligned} (\xi' A[\alpha], a_{h+1} \dots a_n) & \overset{*}{\vdash}_{d_1} (\xi' A[\alpha] \xi_1 B[\alpha' \gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \\ & \overset{*}{\vdash}_{d_2} (\xi' A[\alpha] \xi_1 B[\alpha' \gamma'] \xi_2 D[\alpha \eta], a_{p+1} \dots a_n) \\ & \overset{*}{\vdash}_{d_3} (\xi' A[\alpha] \xi_1 B[\alpha' \gamma'] \xi_2 D[\alpha \eta] E[], a_{q+1} \dots a_n) \\ & \overset{*}{\vdash}_{d_4} (\xi' A[\alpha] \xi_1 B[\alpha' \gamma'] C[], a_{j+1} \dots a_n) \end{aligned}$$

Los ítems que representan este tipo de derivaciones son de la forma

$$[A, h \mid B, i, \gamma', C, j, - \mid D, p, \eta, E, q]$$

donde los componentes (A, h) y (D, p, η, E, q) garantizan que se está utilizando la misma δ en toda la derivación.

Derivaciones de puntos especiales. Corresponden a la creación de una nueva pila de índices o a la terminación de una de tales pilas:

$$\begin{aligned} (\xi B[\delta' \gamma'], a_{i+1} \dots a_n) & \vdash (\xi B[\delta' \gamma'] D[], a_{i+1} \dots a_n) \\ & \overset{*}{\vdash}_d (\xi B[\delta' \gamma'] C[], a_{j+1} \dots a_n) \end{aligned}$$

donde $\delta' \in V_I^*$ y $\gamma' \in V_I$. La pila $\xi B[\delta' \gamma']$ no debe ser alterada en ningún momento, aunque se permite la consulta de B . La figura 8.10 muestra una representación gráfica de este tipo de derivaciones.

Para cualquier $\xi' \in (P[V_T^*])^*$ y $\alpha'\gamma' \in V_T^*$ se cumple

$$\begin{aligned} (\xi' B[\alpha'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) &\vdash (\xi B[\alpha'\gamma'] D[\], a_{i+1} \dots a_n) \\ &\vdash_d^* (\xi' B[\alpha'\gamma'] C[\], a_{j+1} \dots a_n) \end{aligned}$$

La forma de los ítems que representan derivaciones de puntos especiales es la siguiente:

$$[-, - \mid B, i, \gamma', C, j, - \mid -, -, -, -, -]$$

En la tablas 8.34 y 8.35 se muestran las reglas de combinación de ítems para los diferentes tipos de transiciones. El ítem inicial es $[-, - \mid -, 0, -, \$0, 0, - \mid -, -, -, -, -]$ y los ítems finales son de la forma $[-, - \mid \$0, 0, -, S, n, - \mid -, -, -, -, -]$.

$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma', C, j, \gamma \mid D, p, \eta, E, q]}{[-, - \mid C, j, \gamma, F, j, - \mid -, -, -, -, -]} C[\text{oo}] \mapsto C[\text{oo}] F[\]$
$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma', C, j, \gamma \mid -, -, -, -, -]}{[A, h \mid C, j, \gamma, F, j, \gamma \mid -, -, -, -, -]} C[\text{oo}] \mapsto C[\text{oo}] F[\text{oo}]$
$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma', C, j, - \mid D, p, \eta, E, q]}{[-, - \mid C, j, -, F, j, - \mid -, -, -, -, -]} C[\text{oo}] \mapsto C[\text{oo}] F[\text{oo}]$
$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma'', C, j, \gamma \mid -, -, -, -, -]}{[C, j \mid C, j, \gamma, F, j, \gamma' \mid -, -, -, -, -]} C[\text{oo}] \mapsto C[\text{oo}] F[\text{oo}\gamma']$
$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma'', C, j, - \mid D, p, \eta, E, q]}{[C, j \mid C, j, -, F, j, \gamma' \mid -, -, -, -, -]} C[\text{oo}] \mapsto C[\text{oo}] F[\text{oo}\gamma']$
$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma'', C, j, \gamma \mid -, -, -, -, -]}{[M, m \mid N, t, \gamma''', A, h, \gamma' \mid -, -, -, -, -]} \frac{[M, m \mid C, j, \gamma, F, j, \gamma' \mid -, -, -, -, -]}{C[\text{oo}\gamma] \mapsto C[\text{oo}\gamma] F[\text{oo}]}$
$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma'', C, j, \gamma \mid -, -, -, -, -]}{[M, m \mid N, t, \gamma''' A, h, - \mid D, p, \eta, E, q]} \frac{[-, - \mid C, j, \gamma, F, j, - \mid -, -, -, -, -]}{C[\text{oo}\gamma] \mapsto C[\text{oo}\gamma] F[\text{oo}]}$
$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma', C, j, \gamma \mid D, p, \eta, E, q]}{[A, h \mid B, i, \gamma', F, k, \gamma \mid D, p, \eta, E, q]} C[\text{oo}] \xrightarrow{a} F[\text{oo}], \quad k = j \text{ si } a = \epsilon, \quad k = j + 1 \text{ si } a \in V_T$

Tabla 8.34: Combinación de ítems en las estrategias *-descendentes (fase de llamada)

Teorema 8.5 *La manipulación de configuraciones mediante la aplicación de transiciones en los autómatas a pila restringidos con estrategias *-descendentes es equivalente a la manipulación de ítems mediante las reglas de combinación de las tablas 8.34 y 8.35.*

$\frac{[-, - \mid C, j, \gamma, F, k, - \mid -, -, -, -, -] \quad [A, h \mid B, i, \gamma', C, j, \gamma \mid D, p, \eta, E, q]}{[A, h \mid B, i, \gamma', G, k, \gamma \mid D, p, \eta, E, q]}$	$\begin{array}{l} C[\text{oo}] \mapsto C[\text{oo}] F'[] \\ C[\text{oo}] F[] \mapsto G[\text{oo}] \end{array}$
$\frac{[A, h \mid C, j, \gamma, F, k, - \mid D, p, \gamma, E, q] \quad [A, h \mid B, i, \gamma', C, j, \gamma \mid -, -, -, -, -]}{[A, h \mid B, i, \gamma', G, k, - \mid D, p, \gamma, E, q]}$	$\begin{array}{l} C[\text{oo}] \mapsto C[\text{oo}] F'[\text{oo}] \\ C[\text{oo}] F[] \mapsto G[] \end{array}$
$\frac{[-, - \mid C, j, -, F, k, - \mid -, -, -, -, -] \quad [A, h \mid B, i, \gamma', C, j, - \mid D, p, \eta, E, q]}{[A, h \mid B, i, \gamma', G, k, - \mid D, p, \eta, E, q]}$	$\begin{array}{l} C[\text{oo}] \mapsto C[\text{oo}] F'[\text{oo}] \\ C[\text{oo}] F[] \mapsto G[] \end{array}$
$\frac{[C, j \mid C, j, \gamma, F, k, - \mid D, p, \gamma', E, q] \quad [A, h \mid B, i, \gamma'', C, j, \gamma \mid -, -, -, -, -] \quad [A, h \mid D, p, \gamma', E, q, - \mid O, u, \gamma, P, v]}{[A, h \mid B, i, \gamma'', G, k, - \mid O, u, \gamma, P, v]}$	$\begin{array}{l} C[\text{oo}] \mapsto C[\text{oo}] F'[\text{oo}\gamma'] \\ C[\text{oo}] F[] \mapsto G[] \end{array}$
$\frac{[C, j \mid C, j, -, F, k, - \mid O, u, \gamma', P, v] \quad [A, h \mid B, i, \gamma'', C, j, - \mid D, p, \eta, E, q] \quad [-, - \mid O, u, \gamma', P, v, - \mid -, -, -, -, -]}{[A, h \mid B, i, \gamma'', G, k, - \mid D, p, \eta, E, q]}$	$\begin{array}{l} C[\text{oo}] \mapsto C[\text{oo}] F'[\text{oo}\gamma'] \\ C[\text{oo}] F[] \mapsto G[] \end{array}$
$\frac{[M, m \mid C, j, \gamma, F, k, - \mid D, p, \gamma', E, q] \quad [A, h \mid B, i, \gamma'', C, j, \gamma \mid -, -, -, -, -] \quad [M, m \mid N, t, \gamma''', A, h, \gamma' \mid -, -, -, -, -]}{[A, h \mid B, i, \gamma'', G, k, - \mid C, j, \gamma, F, k]}$	$\begin{array}{l} C[\text{oo}\gamma] \mapsto C[\text{oo}\gamma] F'[\text{oo}] \\ C[\text{oo}] F[] \mapsto G[] \end{array}$
$\frac{[-, - \mid C, j, \gamma, F, k, - \mid -, -, -, -, -] \quad [A, h \mid B, i, \gamma'', C, j, \gamma \mid -, -, -, -, -] \quad [M, m \mid N, t, \gamma''' A, h, - \mid D, p, \eta, E, q]}{[A, h \mid B, i, \gamma'', G, k, - \mid C, j, \gamma, F, k]}$	$\begin{array}{l} C[\text{oo}\gamma] \mapsto C[\text{oo}\gamma] F'[\text{oo}] \\ C[\text{oo}] F[] \mapsto G[] \end{array}$

Tabla 8.35: Combinación de ítems en las estrategias *-descendentes (fase de retorno)

Demostración:

Puesto que un ítem representa una derivación y toda derivación debe ser representada por algún ítem, es suficiente con demostrar que la combinación de los ítems produce ítems que se corresponden con derivaciones válidas y que para toda derivación que se pueda producir como resultado de la aplicación de una transición, existe una regla de combinación de ítems que produce un ítem que representa a dicha derivación. A continuación se muestra una lista de todos los casos posibles de derivación que se pueden dar junto con la correspondiente regla de combinación de ítems.

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ] \mapsto C[\circ] F[\]$

- a una derivación de llamada:

$$\begin{array}{l}
 (\xi A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\delta\gamma] F[\], a_{j+1} \dots a_n) \end{array} \\
 \frac{[A, h \mid B, i, \gamma', C, j, \gamma \mid -, -, -, -, -]}{[-, - \mid C, j, \gamma, F, j, - \mid -, -, -, -, -]} \quad C[\circ] \mapsto C[\circ] F[\]
 \end{array}$$

- a una derivación de retorno:

$$\begin{array}{l}
 (\xi A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] \xi_2 D[\delta\eta], a_{p+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] \xi_2 D[\delta\eta] E[\], a_{q+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\] F[\], a_{j+1} \dots a_n) \end{array} \\
 \frac{[A, h \mid B, i, \gamma', C, j, - \mid D, p, \eta, E, q]}{[-, - \mid C, j, -, F, j, - \mid -, -, -, -, -]} \quad C[\circ] \mapsto C[\circ] F[\]
 \end{array}$$

- a una derivación de puntos especiales:

$$\begin{array}{l}
 (\xi B[\delta'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} \vdash (\xi B[\delta'\gamma'] D[\], a_{i+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi B[\delta'\gamma'] C[\], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi B[\delta'\gamma'] C[\] F[\], a_{j+1} \dots a_n) \end{array} \\
 \frac{[-, - \mid B, i, \gamma', C, j, - \mid -, -, -, -, -]}{[-, - \mid C, j, -, F, j, - \mid -, -, -, -, -]} \quad C[\circ] \mapsto C[\circ] F[\]
 \end{array}$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ] \mapsto C[\circ] F[\circ]$

- a una derivación de llamada:

$$\begin{array}{l}
 (\xi A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\delta\gamma] F[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \end{array} \\
 \frac{[A, h \mid B, i, \gamma', C, j, \gamma \mid -, -, -, -, -]}{[A, h \mid C, j, \gamma, F, j, \gamma \mid -, -, -, -, -]} \quad C[\circ] \mapsto C[\circ] F[\circ]
 \end{array}$$

- a una derivación de retorno:

$$\begin{array}{l}
 (\xi A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] \xi_2 D[\delta\eta], a_{p+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] \xi_2 D[\delta\eta] E[\], a_{q+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\] F[\], a_{j+1} \dots a_n) \end{array}
 \end{array}$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma', C, j, - \mid D, p, \eta, E, q]}{[-, - \mid C, j, -, F, j, - \mid -, -, -, -, -]} C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F[\circ\circ]$$

- a una derivación de puntos especiales:

$$\begin{aligned} (\xi B[\delta'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) &\vdash (\xi B[\delta'\gamma'] D[\], a_{i+1} \dots a_n) \\ &\vdash^* (\xi B[\delta'\gamma'] C[\], a_{j+1} \dots a_n) \\ &\vdash (\xi B[\delta'\gamma'] C[\] F[\], a_{j+1} \dots a_n) \end{aligned}$$

$$\frac{[-, - \mid B, i, \gamma', C, j, - \mid -, -, -, -, -]}{[-, - \mid C, j, -, F, j, - \mid -, -, -, -, -]} C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F[\circ\circ]$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F[\circ\circ\gamma']$

- a una derivación de llamada:

$$\begin{aligned} (\xi A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) &\vdash^* (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''], a_{i+1} \dots a_n) \\ &\vdash^* (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ &\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma] F[\delta\gamma\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \end{aligned}$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma'', C, j, \gamma \mid -, -, -, -, -]}{[C, j \mid C, j, \gamma, F, j, \gamma' \mid -, -, -, -, -]} C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F[\circ\circ\gamma']$$

- a una derivación de retorno:

$$\begin{aligned} (\xi A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) &\vdash^* (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''], a_{i+1} \dots a_n) \\ &\vdash^* (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''] \xi_2 D[\delta\eta], a_{p+1} \dots a_n) \\ &\vdash^* (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''] \xi_2 D[\delta\eta] E[\], a_{q+1} \dots a_n) \\ &\vdash^* (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\], a_{j+1} \dots a_n) \\ &\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\] F[\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \end{aligned}$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma'', C, j, - \mid D, p, \eta, E, q]}{[C, j \mid C, j, -, F, j, \gamma' \mid -, -, -, -, -]} C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F[\circ\circ\gamma']$$

- a una derivación de puntos especiales:

$$\begin{aligned} (\xi B[\delta'\gamma''], a_{i+1} \dots a_n) &\vdash (\xi B[\delta'\gamma'] D[\], a_{i+1} \dots a_n) \\ &\vdash^* (\xi B[\delta'\gamma''] C[\], a_{j+1} \dots a_n) \\ &\vdash (\xi B[\delta'\gamma''] C[\] F[\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \end{aligned}$$

$$\frac{[-, - \mid B, i, \gamma', C, j, - \mid -, -, -, -, -]}{[C, j \mid C, j, -, F, j, \gamma' \mid -, -, -, -, -]} C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F[\circ\circ]$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[\circ\circ\gamma] F[\circ\circ]$ a una derivación de llamada⁸, con los tres casos siguientes

- la derivación de llamada es a su vez derivada a partir de una derivación de llamada:

$$\begin{aligned} (\xi M[\delta], a_{m+1} \dots a_n) &\vdash^* (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''], a_{t+1} \dots a_n) \\ &\vdash^* (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''] A[\delta\gamma'], a_{h+1} \dots a_n) \\ &\vdash^* (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''] A[\delta\gamma'] \xi_1 B[\delta'\gamma''], a_{i+1} \dots a_n) \\ &\vdash^* (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''] A[\delta\gamma'] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma'\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ &\vdash (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''] A[\delta\gamma'] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma'\gamma] F[\delta\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \end{aligned}$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma'', C, j, \gamma \mid -, -, -, -, -]}{[M, m \mid N, t, \gamma''', A, h, \gamma' \mid -, -, -, -, -]} \frac{[M, m \mid C, j, \gamma, F, j, \gamma' \mid -, -, -, -, -]}{C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[\circ\circ\gamma] F[\circ\circ]}$$

⁸En este caso no se puede aplicar una transición $C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[\circ\circ\gamma] F[\circ\circ]$ a una derivación de retorno o de puntos especiales puesto que en ambas la pila de índices de la cima está vacía.

- la derivación de llamada es a su vez derivada a partir de una derivación de retorno:

$$\begin{array}{l}
(\xi M[\delta], a_{m+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l}
^* \vdash (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''], a_{t+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''] \xi_1 D[\delta\eta], a_{p+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''] \xi_1 D[\delta\eta] E[], a_{q+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''] A[], a_{h+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''] A[] \xi_2 B[\delta'\gamma''], a_{i+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''] A[] \xi_2 B[\delta'\gamma''] C[\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''] A[] \xi_2 B[\delta'\gamma''] C[\gamma] F[], a_{j+1} \dots a_n)
\end{array}
\end{array}$$

$$\frac{\begin{array}{l} [A, h \mid B, i, \gamma'', C, j, \gamma \mid -, -, -, -, -] \\ [M, m \mid N, t, \gamma''', A, h, - \mid D, p, \eta, E, q] \end{array}}{[-, - \mid C, j, \gamma, F, j, - \mid -, -, -, -, -]} C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[\circ\circ\gamma] F[\circ\circ]$$

- la derivación de llamada es a su vez derivada a partir de una derivación de puntos especiales:

$$\begin{array}{l}
(\xi N[\delta''\gamma'''], a_{t+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l}
\vdash (\xi N[\delta'\gamma'''] D[], a_{t+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\xi N[\delta''\gamma'''] A[], a_{h+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\xi N[\delta''\gamma'''] A[] \xi_2 B[\delta'\gamma''], a_{i+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\xi N[\delta''\gamma'''] A[] \xi_2 B[\delta'\gamma''] C[\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\xi N[\delta''\gamma'''] A[] \xi_2 B[\delta'\gamma''] C[\gamma] F[], a_{j+1} \dots a_n)
\end{array}
\end{array}$$

$$\frac{\begin{array}{l} [A, h \mid B, i, \gamma'', C, j, \gamma \mid -, -, -, -, -] \\ [-, - \mid N, t, \gamma''', A, h, - \mid -, -, -, -, -] \end{array}}{[-, - \mid C, j, \gamma, F, j, - \mid -, -, -, -, -]} C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[\circ\circ\gamma] F[\circ\circ]$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$

- a una derivación de llamada:

$$\begin{array}{l}
(\xi A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l}
^* \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''], a_{i+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''] F[\delta\gamma], a_{k+1} \dots a_n)
\end{array}
\end{array}$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma', C, j, \gamma \mid -, -, -, -, -]}{[A, h \mid B, i, \gamma' F, k, \gamma \mid -, -, -, -, -]} C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$$

donde $k = j$ si $a = \epsilon$ y $k = j + 1$ si $a \in V_T$.

- a una derivación de retorno:

$$\begin{array}{l}
(\xi A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l}
^* \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''], a_{i+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''] \xi_2 D[\delta\eta], a_{p+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''] \xi_2 D[\delta\eta] E[], a_{q+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[], a_{j+1} \dots a_n) \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] F[], a_{k+1} \dots a_n)
\end{array}
\end{array}$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma', C, j, \gamma \mid D, p, \eta, E, q]}{[A, h \mid B, i, \gamma', F, k, \gamma \mid D, p, \eta, E, q]} C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$$

donde $k = j$ si $a = \epsilon$ y $k = j + 1$ si $a \in V_T$.

- a una derivación de llamada:

$$\begin{array}{l}
(\xi A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \quad * \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\delta\gamma] F'[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\delta\gamma] F'[\delta\gamma] \xi_2 D[\delta\gamma], a_{p+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\delta\gamma] F'[\delta\gamma] \xi_2 D[\delta\gamma] E[], a_{q+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\delta\gamma] F[], a_{k+1} \dots a_n) \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] G[], a_{k+1} \dots a_n)
\end{array}$$

$$\frac{
\begin{array}{l}
[A, h \mid C, j, \gamma, F, k, - \mid D, p, \gamma, E, q] \\
[A, h \mid B, i, \gamma', C, j, \gamma \mid -, -, -, -, -]
\end{array}
}{
[A, h \mid B, i, \gamma', G, k, - \mid D, p, \gamma, E, q]
}
\quad
\begin{array}{l}
C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F'[\circ\circ] \\
C[\circ\circ] F[] \mapsto G[]
\end{array}$$

- a una derivación de retorno:

$$\begin{array}{l}
(\xi A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \quad * \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] \xi_2 D[\delta\eta], a_{p+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] \xi_2 D[\delta\eta] E[], a_{q+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[], a_{j+1} \dots a_n) \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[] F'[], a_{j+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[] F[], a_{k+1} \dots a_n) \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] G[], a_{k+1} \dots a_n)
\end{array}$$

$$\frac{
\begin{array}{l}
[-, - \mid C, j, -, F, k, - \mid -, -, -, -, -] \\
[A, h \mid B, i, \gamma', C, j, - \mid D, p, \eta, E, q]
\end{array}
}{
[A, h \mid B, i, \gamma', G, k, - \mid D, p, \eta, E, q]
}
\quad
\begin{array}{l}
C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F'[\circ\circ] \\
C[\circ\circ] F[] \mapsto G[]
\end{array}$$

- a una derivación de puntos especiales:

$$\begin{array}{l}
(\xi B[\delta'\gamma'], a_{i+1} \dots a_n) \quad \vdash (\xi B[\delta'\gamma'] D[], a_{i+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\xi B[\delta'\gamma'] C[], a_{j+1} \dots a_n) \\
\vdash (\xi B[\delta'\gamma'] C[] F'[], a_{j+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\xi B[\delta'\gamma'] C[] F[], a_{k+1} \dots a_n) \\
\vdash (\xi B[\delta'\gamma'] G[], a_{k+1} \dots a_n)
\end{array}$$

$$\frac{
\begin{array}{l}
[-, - \mid C, j, -, F, k, - \mid -, -, -, -, -] \\
[-, - \mid B, i, \gamma', C, j, - \mid -, -, -, -, -]
\end{array}
}{
[-, - \mid B, i, \gamma', G, k, - \mid -, -, -, -, -]
}
\quad
\begin{array}{l}
C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F'[\circ\circ] \\
C[\circ\circ] F[] \mapsto G[]
\end{array}$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ] F[] \mapsto G[\circ\circ]$ a una derivación obtenida tras aplicar la transición $C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F'[\circ\circ\gamma']$

- a una derivación de llamada:

$$\begin{array}{l}
(\xi A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''], a_{i+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma] F'[\delta\gamma\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma] F'[\delta\gamma\gamma'] \xi_2 D[\delta\gamma\gamma'], a_{p+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma] F'[\delta\gamma\gamma'] \xi_2 D[\delta\gamma\gamma'] \xi_3 O[\delta\gamma], a_{u+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma] F'[\delta\gamma\gamma'] \xi_2 D[\delta\gamma\gamma'] \xi_3 O[\delta\gamma] P[], a_{v+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma] F'[\delta\gamma\gamma'] \xi_2 D[\delta\gamma\gamma'] E[], a_{q+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma] F[], a_{k+1} \dots a_n) \\
\vdash (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''] G[], a_{k+1} \dots a_n)
\end{array}$$

$$\frac{\begin{array}{l} [C, j \mid C, j, \gamma, F, k, - \mid D, p, \gamma', E, q] \\ [A, h \mid B, i, \gamma'', C, j, \gamma \mid -, -, -, -, -] \\ [A, h \mid D, p, \gamma', E, q, - \mid O, u, \gamma, P, v] \end{array}}{[A, h \mid B, i, \gamma'', G, k, - \mid O, u, \gamma, P, v]} \quad \begin{array}{l} C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F'[\circ\circ\gamma'] \\ C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\] \end{array}$$

- a una derivación de retorno:

$$\begin{array}{l} (\xi A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \vdash^* (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''], a_{i+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''] \xi_2 D[\delta\eta], a_{p+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma''] \xi_2 D[\delta\eta] E[\], a_{q+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\] F'[\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\] F'[\gamma'] \xi_2 O[\gamma'], a_{u+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\] F'[\gamma'] \xi_2 O[\gamma'] P[\], a_{v+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] C[\] F[\], a_{k+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\xi A[\delta] \xi_1 B[\delta'\gamma'] G[\], a_{k+1} \dots a_n) \end{array}$$

$$\frac{\begin{array}{l} [C, j \mid C, j, -, F, k, - \mid O, u, \gamma', P, v] \\ [A, h \mid B, i, \gamma'', C, j, - \mid D, p, \eta, E, q] \\ [-, - \mid O, u, \gamma', P, v, - \mid -, -, -, -, -] \end{array}}{[A, h \mid B, i, \gamma'', G, k, - \mid D, p, \eta, E, q]} \quad \begin{array}{l} C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F'[\circ\circ\gamma'] \\ C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\] \end{array}$$

- a una derivación de puntos especiales:

$$\begin{array}{l} (\xi B[\delta'\gamma''], a_{i+1} \dots a_n) \vdash (\xi B[\delta'\gamma''] D[\], a_{i+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\xi B[\delta'\gamma''] C[\], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi B[\delta'\gamma''] C[\] F'[\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\xi B[\delta'\gamma''] C[\] F'[\gamma'] \xi_1 O[\gamma'], a_{u+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\xi B[\delta'\gamma''] C[\] F'[\gamma'] \xi_1 O[\gamma'] P[\], a_{v+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\xi B[\delta'\gamma''] C[\] F[\], a_{k+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi B[\delta'\gamma''] G[\], a_{k+1} \dots a_n) \end{array}$$

$$\frac{\begin{array}{l} [C, j \mid C, j, -, F, k, - \mid O, u, \gamma', P, v] \\ [-, - \mid B, i, \gamma'', C, j, - \mid -, -, -, -, -] \\ [-, - \mid O, u, \gamma', P, v, - \mid -, -, -, -, -] \end{array}}{[A, h \mid B, i, \gamma'', G, k, - \mid D, p, \eta, E, q]} \quad \begin{array}{l} C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F'[\circ\circ\gamma'] \\ C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\] \end{array}$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\circ\circ]$ a una derivación obtenida tras aplicar la transición $C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[\circ\circ\gamma] F'[\circ\circ]$ a una derivación de llamada, con los tres casos siguientes:

- la derivación de llamada es a su vez derivada a partir de una derivación de llamada:

$$\begin{array}{l} (\xi M[\delta], a_{m+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''], a_{t+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''] A[\delta\gamma'], a_{h+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''] A[\delta\gamma'] \xi_1 B[\delta'\gamma''], a_{i+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''] A[\delta\gamma'] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma'\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''] A[\delta\gamma'] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma'\gamma] F'[\delta\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''] A[\delta\gamma'] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma'\gamma] F'[\delta\gamma'] \xi_2 D[\delta\gamma'], a_{p+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''] A[\delta\gamma'] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma'\gamma] F'[\delta\gamma'] \xi_2 D[\delta\gamma'] E[\], a_{q+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''] A[\delta\gamma'] \xi_1 B[\delta'\gamma''] C[\delta\gamma'\gamma] F[\], a_{k+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''] A[\delta\gamma'] \xi_1 B[\delta'\gamma''] G[\], a_{k+1} \dots a_n) \end{array}$$

$$\frac{\begin{array}{l} [M, m \mid C, j, \gamma, F, k, - \mid D, p, \gamma', E, q] \\ [A, h \mid B, i, \gamma'', C, j, \gamma \mid -, -, -, -, -] \\ [M, m \mid N, t, \gamma''', A, h, \gamma' \mid -, -, -, -, -] \end{array}}{[A, h \mid B, i, \gamma'', G, k, - \mid C, j, \gamma, F, k]} \quad \begin{array}{l} C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[\circ\circ\gamma] F'[\circ\circ] \\ C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\] \end{array}$$

- la derivación de llamada es a su vez derivada a partir de una derivación de retorno:

$$\begin{array}{l} (\xi M[\delta], a_{m+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''], a_{t+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''] \xi_1 D[\delta\eta], a_{p+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''] \xi_1 D[\delta\eta] E[\], a_{q+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''] A[\], a_{h+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''] A[\] \xi_2 B[\delta'\gamma''], a_{i+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''] A[\] \xi_2 B[\delta'\gamma''] C[\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''] A[\] \xi_2 B[\delta'\gamma''] C[\gamma] F'[\], a_{j+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''] A[\] \xi_2 B[\delta'\gamma''] C[\gamma] F[\], a_{k+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi M[\delta] N[\delta''\gamma'''] A[\] \xi_2 B[\delta'\gamma''] G[\], a_{k+1} \dots a_n) \end{array} \end{array}$$

$$\frac{\begin{array}{l} [-, - \mid C, j, \gamma, F, k, - \mid -, -, -, -, -] \\ [A, h \mid B, i, \gamma'', C, j, \gamma \mid -, -, -, -, -] \\ [M, m \mid N, t, \gamma''' A, h, - \mid D, p, \eta, E, q] \end{array}}{[A, h \mid B, i, \gamma'', G, k, - \mid C, j, \gamma, F, k]} \quad \begin{array}{l} C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[\circ\circ\gamma] F'[\circ\circ] \\ C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\] \end{array}$$

- la derivación de llamada es a su vez derivada a partir de una derivación de puntos especiales:

$$\begin{array}{l} (\xi N[\delta''\gamma'''], a_{t+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} \vdash (\xi N[\delta''\gamma'''] D[\], a_{t+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi N[\delta''\gamma'''] A[\], a_{h+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi N[\delta''\gamma'''] A[\] \xi_2 B[\delta'\gamma''], a_{i+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi N[\delta''\gamma'''] A[\] \xi_2 B[\delta'\gamma''] C[\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi N[\delta''\gamma'''] A[\] \xi_2 B[\delta'\gamma''] C[\gamma] F'[\], a_{j+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\xi N[\delta''\gamma'''] A[\] \xi_2 B[\delta'\gamma''] C[\gamma] F[\], a_{k+1} \dots a_n) \\ \vdash (\xi N[\delta''\gamma'''] A[\] \xi_2 B[\delta'\gamma''] G[\], a_{k+1} \dots a_n) \end{array} \end{array}$$

$$\frac{\begin{array}{l} [-, - \mid C, j, \gamma, F, k, - \mid -, -, -, -, -] \\ [A, h \mid B, i, \gamma'', C, j, \gamma \mid -, -, -, -, -] \\ [-, - \mid N, t, \gamma''' A, h, - \mid -, -, -, -, -] \end{array}}{[-, - \mid B, i, \gamma'', G, k, - \mid -, -, -, -, -]} \quad \begin{array}{l} C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[\circ\circ\gamma] F'[\circ\circ] \\ C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\] \end{array}$$

Si aplicamos inducción en la longitud de una derivación, a partir de la lista observamos que para cualquier derivación obtenida mediante la aplicación de una transición, existe una regla de combinación que busca los ítems correspondientes a las subderivaciones relevantes y que produce el ítem correspondiente a la derivación resultante. También podemos observar que dada una regla de combinación de ítems, existen subderivaciones en el autómata que se corresponden con cada uno de los ítems antecedentes y que combinadas entre sí producen la derivación correspondiente al ítem consecuente. \square

La complejidad espacial de la técnica de tabulación con respecto a la longitud n de la cadena de entrada es $\mathcal{O}(n^5)$ puesto que cada ítem almacena 5 posiciones de la cadena de entrada. La complejidad temporal es inicialmente $\mathcal{O}(n^7)$. Esta complejidad viene dada por la regla

$$\frac{\begin{array}{l} [C, j \mid C, j, \gamma, F, k, - \mid D, p, \gamma', E, q] \\ [A, h \mid B, i, \gamma'', C, j, \gamma \mid -, -, -, -, -] \\ [A, h \mid D, p, \gamma', E, q, - \mid O, u, \gamma, P, v] \end{array}}{[A, h \mid B, i, \gamma'', G, k, - \mid O, u, \gamma, P, v]} \quad \begin{array}{l} C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F'[\circ\circ\gamma'] \\ C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\] \end{array}$$

Utilizando la misma técnica que para las estrategias *-Earley podemos dividir dicha regla en las dos reglas de combinación de ítems siguientes:

$$\frac{\begin{array}{l} [C, j \mid C, j, \gamma, F, k, - \mid D, p, \gamma', E, q] \\ [A, h \mid D, p, \gamma', E, q, - \mid O, u, \gamma, P, v] \end{array}}{[[C, j, \gamma, F, k, - \mid O, u, \gamma, P, v]]} \quad \begin{array}{l} C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F'[\circ\circ\gamma'] \\ C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\] \end{array}$$

$$\frac{\begin{array}{l} [[C, j, \gamma, F, k, - \mid O, u, \gamma, P, v]] \\ [A, h \mid B, i, \gamma'', C, j, \gamma \mid -, -, -, -, -] \\ [A, h \mid D, p, \gamma', E, q, - \mid O, u, \gamma, P, v] \end{array}}{[A, h \mid B, i, \gamma'', G, k, - \mid O, u, \gamma, P, v]} \quad \begin{array}{l} C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F'[\circ\circ\gamma'] \\ C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\] \end{array}$$

donde $[[C, j, \gamma, F, k, - \mid O, u, \gamma, P, v]]$ es un pseudo-ítem encargado de transmitir cierta información de la primera a la segunda regla. La diferencia con una aplicación parcial es que la primera regla ignora los elementos A y h en el pseudo-ítem generado, puesto que tales elementos son posteriormente recuperados del segundo y tercer ítem que intervienen en la segunda regla, que junto con el pseudo-ítem son suficientes para garantizar la existencia del ítem $[C, j \mid C, j, \gamma, F, k, - \mid D, p, \gamma', E, q]$ por la definición de derivaciones de llamada y retorno. La primera regla presenta una complejidad temporal $\mathcal{O}(n^6)$ (la posición h no interviene) y la segunda presenta también una complejidad $\mathcal{O}(n^6)$ (las posiciones p y q no intervienen) por lo que hemos logrado rebajar la complejidad temporal final de la técnica de tabulación a $\mathcal{O}(n^6)$.