

Capítulo 9

Autómatas lineales de índices

En este capítulo se describen dos tipos de autómatas para los lenguajes de adjunción de árboles, los autómatas lineales de índices derechos e izquierdos, junto con sus correspondientes técnicas de tabulación, y se define la clase de los autómatas lineales de índices fuertemente dirigidos, que permiten definir estrategias de diferentes tipos para gramáticas lineales de índices y para gramáticas de adjunción de árboles, incluyendo estrategias de tipo Earley. Este nuevo modelo de autómata, junto con su técnica de tabulación, constituye la principal aportación de este capítulo. Las ideas de este capítulo han dado lugar a [20]

9.1. Introducción

Los autómatas lineales de índices (*Linear Indexed Automata*, LIA) [124, 126] son una extensión de los autómatas a pila en la cual cada símbolo de pila tiene asociado una pila de índices. Formalmente, un autómata lineal de índices es una tupla $(V_T, V_S, \$_0, \$_f, V_I, \mathcal{T})$, donde:

- V_T es un conjunto finito de símbolos terminales.
- V_S es un conjunto finito de símbolos de pila.
- $\$_0 \in V_S$ es el símbolo inicial de la pila.
- $\$_f \in V_S$ es el símbolo final de pila.
- V_I es un conjunto finito de índices.
- \mathcal{T} es un conjunto finito de transiciones, que pueden ser de alguno de los siguientes tipos:
 - $C[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{a} F[\circ\circ\gamma']$
 - $C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ] G[]$
 - $C[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{a} F[] G[\circ\circ\gamma']$
 - $F[\circ\circ\gamma] G[] \xrightarrow{a} C[\circ\circ\gamma']$
 - $F[] G[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{a} C[\circ\circ\gamma']$

donde $C, F, G \in V_S$, $a \in V_T \cup \{\epsilon\}$, $\gamma, \gamma' \in V_I \cup \{\epsilon\}$ y en cada transición, bien $\gamma = \epsilon$, bien $\gamma' = \epsilon$ o bien $\gamma = \gamma' = \epsilon$.

Dada una transición, decimos que el elemento de la parte derecha que comparte la pila de índices con el elemento de la parte izquierda es su *hijo dependiente*. La relación de *descendiente dependiente* es el cierre reflexivo y transitivo de la relación de hijo dependiente.

Una *configuración* de un autómata lineal de índices es un par (Υ, w) , donde $\Upsilon \in (V_S[V_T^*])^*$ y $w \in V_T^*$, tal que Υ representa el contenido de la pila del autómata y w representa la parte de la cadena de entrada que resta por leer. Una configuración (Υ_1, aw) deriva una configuración (Υ_2, w) , denotado mediante $(\Upsilon_1, aw) \vdash (\Upsilon_2, w)$ si y sólo si existe una transición que transforma la pila Υ_1 en la pila Υ_2 leyendo $a \in V_T \cup \{\epsilon\}$ de la cadena de entrada. En caso de ser necesario identificar una derivación d concreta, utilizaremos la notación \vdash_d . Denotamos por \vdash^* el cierre reflexivo y transitivo de \vdash . Decimos que una cadena de entrada w es aceptada por un autómata lineal de índices si $(\$_0[], w) \vdash^* (\$_0[] \$_f[], \epsilon)$.

Observamos una gran similitud entre la definición de los autómatas lineales de índices y la de los autómatas lógicos a pila restringidas del capítulo 8. Al igual que ocurría en el caso de los RLPDA, diferentes juegos de instrucciones nos van a permitir diferentes clases de autómatas, que nos permitirán definir determinadas estrategias de análisis en lo que respecta a la manipulación de las pilas de índices. En las secciones que siguen se describe la clase de los *autómatas lineales de índices orientados a la derecha*, que permiten definir estrategias en las cuales las pilas de índices se construyen de modo ascendente, de los *autómatas lineales de índices orientados a la izquierda*, en los cuales las pilas de índices se construyen de modo descendente, para finalizar con una clase de autómatas lineales de índices más general que permite la descripción de estrategias mixtas con ciertas restricciones.

9.2. Autómatas lineales de índices orientados a la derecha

Dada una gramática lineal de índices, una estrategia que construya de modo ascendente las pilas de índices ignorará el contenido de dichas pilas durante su contacto con la *izquierda* de cada espina en la fase descendente, mientras que durante la fase ascendente irá calculando el contenido de las pilas de índices cada vez que visite la *derecha* de una espina, tal y como se muestra en la figura 9.1. Este tipo de estrategias son precisamente las que se pueden implementar en los autómatas lineales de índices orientados a la derecha (*Right-oriented Linear Indexed Automata*, R-LIA) [124, 126], de ahí su nombre.

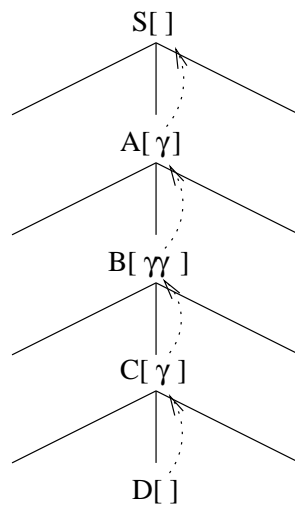


Figura 9.1: Construcción *orientada a la derecha* de las pilas de índices

Inicialmente, los autómatas lineales de índices orientados a la derecha fueron definidos por Nederhof en [124] como una clase de los autómatas lineales de índices en la cual el juego de transiciones se restringe de tal modo que sólo los siguientes tipos de transiciones están disponibles:

- $C[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{a} F[\circ\circ\gamma']$
- $C[\circ\circ] \xrightarrow{a} C[\circ\circ] F[\]$
- $C[\circ\circ\gamma] F[\] \xrightarrow{a} G[\circ\circ\gamma']$
- $C[\] F[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{a} G[\circ\circ\gamma']$

Posteriormente, Nederhof redefine en [126] este tipo de autómatas, cambiando los tipos de transiciones permitidas, que pasan a ser los siguientes:

- $C[\circ\circ\gamma] \mapsto F[\circ\circ\gamma']$
- $C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ] G[\]$
- $F[\circ\circ] G[\] \xrightarrow{a} C[\circ\circ]$
- $F[\] G[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ]$

El primer conjunto de transiciones está incluido en el segundo puesto que

- Una transición $C[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{a} F[\circ\circ\gamma']$ puede ser emulada mediante la aplicación consecutiva de las tres transiciones $C[\circ\circ\gamma] \mapsto F'[\circ\circ\gamma']$, $F'[\circ\circ] \xrightarrow{a} F'[\circ\circ] F''[\]$ y $F'[\circ\circ] F''[\] \mapsto F[\circ\circ]$.
- Una transición $C[\circ\circ\gamma] F[\] \xrightarrow{a} G[\circ\circ\gamma']$ puede emularse mediante la aplicación consecutiva de las transiciones $C[\circ\circ] F[\] \xrightarrow{a} G'[\circ\circ]$ y $G'[\circ\circ\gamma] \mapsto G[\circ\circ\gamma']$.
- Una transición $C[\] F[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{a} G[\circ\circ\gamma']$ puede emularse mediante la aplicación consecutiva de las transiciones $C[\] F[\circ\circ] \mapsto G'[\circ\circ]$, $G'[\circ\circ\gamma] \mapsto G''[\circ\circ\gamma']$, $G''[\circ\circ] \xrightarrow{a} G''[\circ\circ] G'''[\]$ y $G''[\circ\circ] G'''[\] \mapsto G[\circ\circ]$.

Por otra parte, el segundo conjunto de transiciones está incluido en el primero al poderse emular una transición $C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ] G[\]$ mediante la aplicación consecutiva de las transiciones $C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F'[\circ\circ]$ y $F'[\circ\circ] \mapsto F'[\circ\circ] G[\]$, la adición de una transición $F'[\circ\circ] G[\] \xrightarrow{b} K[\circ\circ]$ por cada transición $F[\circ\circ] G[\] \xrightarrow{b} K[\circ\circ]$ presente en el autómata y la adición de una transición $F'[\] G[\circ\circ] \mapsto K[\circ\circ]$ por cada transición $F[\] G[\circ\circ] \mapsto K[\circ\circ]$ presente en el autómata. En todos los casos, dado $X \in V_S$, se ha utilizado X' , X'' y X''' para denotar nuevos símbolos de pila que no aparecen en ninguna otra transición del autómata.

En consecuencia, ambas definiciones de los autómatas lineales de índices orientados a la derecha son equivalentes. En este capítulo, utilizaremos la primera puesto que es la que mejor se adapta a la definición de esquemas de tabulación para LIG y TAG.

9.2.1. Esquemas de compilación

Las estrategias de análisis sintáctico que pueden ser implantadas en un autómata lineal de índices orientados a la derecha están limitadas por la forma de las transiciones permitidas, ya que sólo se puede apilar un elemento que tenga asociado una pila de índices vacía. Puesto que en un autómata a pila la información que se transmite en una operación de apilamiento representa la información propagada durante la fase descendente de un algoritmo de análisis, los autómatas

lineales de índices orientados a la derecha no permiten definir estrategias de análisis descendentes con respecto a los contenidos de las pilas de índices. Esto es, las predicciones deben ser puramente independientes del contexto. Esta limitación se corresponde exactamente con la presente en los autómatas lógicos a pila restringidos que incorporan estrategias *-ascendentes, descritos en la sección 8.1. Si unimos este hecho a que el juego de transiciones de los RLPDA *-ascendentes coincide con el de los R-LIA, tenemos que los esquemas de compilación coincidirán en ambos casos, por lo que nos limitaremos a mostrar dos esquemas de compilación genéricos de LIG y TAG en R-LIA.

Esquema de compilación 9.1 El esquema de compilación genérico de una gramática lineal de índices en un autómata lineal de índices orientado a la derecha queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 9.1 y por los elementos inicial $\$_0[]$ y final $\overleftarrow{S}[]$. §

Esquema de compilación 9.2 El esquema de compilación genérico de una gramática de ad-junción de árboles en un autómata lógico a pila restringido queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 9.2 y por los elementos inicial $\$_0[]$ y final $\overleftarrow{\top}\alpha[]$, con $\alpha \in \mathbf{I}$. §

9.2.2. Tabulación

Puesto que el juego de transiciones y la forma de las derivaciones es la misma en los RLPDA *-ascendentes y los R-LIA, la técnica de tabulación desarrollada para los primeros en la sección 8.5.1 es aplicable a los segundos.

9.3. Autómatas lineales de índices orientados a la izquierda

Dada una gramática lineal de índices, decimos que una estrategia construye las pilas de índices de modo descendente si calcula el contenido de las mismas cuando visita la izquierda de los elementos de las espinas, mientras que ignorará el contenido de dichas pilas cuando visite la derecha de dichos elementos, tal y como se muestra en la figura 9.2. Este tipo de estrategias son precisamente las que se pueden implementar en los autómatas lineales de índices orientados a la izquierda (*Left-oriented Linear Indexed Automata, L-LIA*) [126], de ahí su nombre.

Los autómatas lineales de índices orientados a la izquierda fueron introducidos por Nederhof en [126] como una clase de autómatas lineales de índices en la cual los tipos de transiciones disponibles se limitan a los siguientes:

- $C[oo\gamma] \mapsto F[oo\gamma']$
- $C[oo] \xrightarrow{a} F[oo] G[]$
- $C[oo] \mapsto F[] G[oo]$
- $F[oo] G[] \xrightarrow{a} C[oo]$

En este capítulo proponemos un juego de transiciones ligeramente más restrictivo, según el cual admitimos como válidas transiciones pertenecientes a los tipos siguientes:

- $C[oo] \xrightarrow{a} F[oo]$

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] \nabla_{0,0}[\]$	
[CALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}[\circ\circ] \overrightarrow{A_{r,s+1}}[\]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}[\circ\circ] \overrightarrow{A_{r,s+1}}[\]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SEL]	$\overrightarrow{A_{r,0}}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,0}[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}[\circ\circ] \mapsto \overleftarrow{A_{r,0}}[\circ\circ]$	
[RET]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \overleftarrow{A_{r,s+1}}[\] \mapsto \nabla_{r,s+1}[\circ\circ]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SRET]	$\nabla_{r,s}[\] \overleftarrow{A_{r,s+1}}[\circ\circ\gamma'] \mapsto \nabla_{r,s+1}[\circ\circ\gamma]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SCAN]	$\overrightarrow{A_{r,0}}[\circ\circ] \xrightarrow{a} \overleftarrow{A_{r,0}}[\circ\circ]$	$A_{r,0}[\] \rightarrow a$

Tabla 9.1: Reglas del esquema de compilación genérico de LIG en R-LIA

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] \nabla_{0,0}^\alpha[\]$	$\alpha \in \mathbf{I}$
[CALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overrightarrow{N_{r,s+1}^\gamma}[\]$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overrightarrow{N_{r,s+1}^\gamma}[\]$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SEL]	$\overrightarrow{N_{r,0}^\gamma}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,0}^\gamma[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \overleftarrow{N_{r,0}^\gamma}[\circ\circ]$	
[RET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overleftarrow{N_{r,s+1}^\gamma}[\] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SRET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\] \overleftarrow{N_{r,s+1}^\gamma}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCAN]	$\overrightarrow{N_{r,0}^\gamma}[\circ\circ] \xrightarrow{a} \overleftarrow{N_{r,0}^\gamma}[\circ\circ]$	$N_{r,0}^\gamma[\] \rightarrow a$
[ACALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overrightarrow{\top^\beta}[\]$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[ARET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\] \overleftarrow{\top^\beta}[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FCALL]	$\nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ] \mapsto \nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ] \overrightarrow{N_{r,s+1}^\gamma}[\]$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta, \beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FRET]	$\nabla_{f,0}^\beta[\] \overleftarrow{N_{r,s+1}^\gamma}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{f,1}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma]$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta, \beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$

Tabla 9.2: Reglas del esquema de compilación genérico de TAG en R-LIA

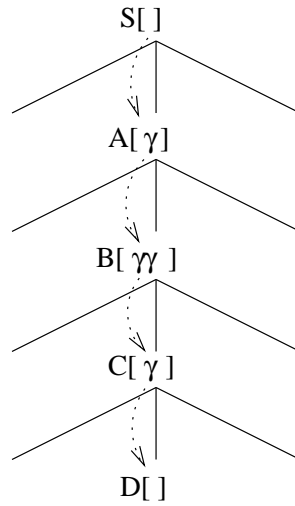


Figura 9.2: Construcción *orientada a la izquierda* de las pilas de índices

- $C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F[]$
- $C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[] F[\circ\circ\gamma']$
- $C[\circ\circ] F[] \mapsto G[\circ\circ]$

El segundo juego de transiciones está incluido en el primero, puesto que:

- Una transición $C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$ puede ser emulada mediante la aplicación consecutiva de las transiciones $C[\circ\circ] \mapsto F'[\circ\circ]$, $F'[\circ\circ] \xrightarrow{a} F'[\circ\circ] F''[]$ y $F'[\circ\circ] F''[] \mapsto F[\circ\circ]$.
- Una transición $C[\circ\circ\gamma] \mapsto F[] G[\circ\circ\gamma']$ puede ser emulada mediante la aplicación consecutiva de las transiciones $C[\circ\circ\gamma] \mapsto C'[\circ\circ\gamma']$ y $C'[\circ\circ] \mapsto C[] G[\circ\circ]$.

Sin embargo, una transición $C[\circ\circ\gamma] \mapsto F[\circ\circ\gamma']$ en la que $\gamma \neq \epsilon$ o $\gamma' \neq \epsilon$ no puede ser emulada mediante las transiciones del segundo juego. La razón por la cual hemos decidido trabajar con el segundo juego es que, a pesar de ser menos potente, es más adecuado para definir los esquemas de compilación de LIG y TAG. Este hecho no es extraño si consideramos la estrecha relación existente entre las transiciones propuestas para L-LIA y las transiciones utilizadas por los RLP-DA *-descendientes del capítulo 8. A este respecto, las transiciones de tipo $C[\circ\circ] F[] \mapsto G[]$ no son necesarias debido a que las transiciones $C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[] G[\circ\circ\gamma']$ permiten indicar de forma explícita que la pila de índices asociada a C está vacía.

9.3.1. Esquemas de compilación de gramáticas lineales de índices

Como se ha establecido anteriormente, los tipos de transiciones utilizados en los autómatas lineales de índices orientados a la izquierda sólo permiten implantar estrategias en las cuales las pilas de índices son construidas en la fase descendente. En cambio, no establecen limitaciones sobre la estrategia utilizada con respecto al esqueleto independiente del contexto. Sacando provecho de esta circunstancia, definiremos un esquema de compilación genérico, que contempla los parámetros

- \vec{A} , que se refiere a la predicción realizada sobre el no-terminal A durante la fase descendente de la estrategia de análisis.

L-LIA	RLPDA *-descendentes
$C[oo] \xrightarrow{a} F[oo]$	$C[oo] \xrightarrow{a} F[oo]$
$C[oo] \mapsto C[oo] F[]$	$C[oo] \mapsto C[oo] F[]$
$C[oo\gamma] \mapsto C[] F[oo\gamma']$	$C[oo\gamma] \mapsto C[oo\gamma] F[oo\gamma']$
$C[oo] F[] \mapsto G[oo]$	$C[oo] F[] \mapsto G[oo]$
	$C[oo] F[] \mapsto G[]$

Tabla 9.3: Transiciones de L-LIA y RLPDA *-descendentes

- \overleftarrow{A} , que se refiere a la propagación de información respecto al no-terminal A durante la fase ascendente de la estrategia de análisis.

para a continuación definir los esquemas de compilación específicos para las estrategias ascendente-descendente, Earley-descendente y descendente-descendente.

Esquema de compilación 9.3 El esquema de compilación genérico de una gramática lineal de índices en un autómata lineal de índices orientado a la izquierda queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 9.4 y por los elementos inicial $\$0[]$ y final $\overleftarrow{S}[]$. §

Estrategia ascendente-descendente

Esquema de compilación 9.4 El esquema de compilación ascendente-descendente de una gramática lineal de índices en un autómata lineal de índices orientado a la izquierda queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 9.5 y por los elementos inicial $\$0[]$ y final $S[]$. §

Estrategia Earley-descendente

Esquema de compilación 9.5 El esquema de compilación Earley-descendente de una gramática lineal de índices en un autómata lineal de índices orientado a la izquierda queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 9.6 y por los elementos inicial $\$0[]$ y final $\overline{\overline{S}}[]$. §

Estrategia descendente-descendente

Esquema de compilación 9.6 El esquema de compilación descendente-descendente de una gramática lineal de índices en un autómata lineal de índices orientado a la izquierda queda

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] \nabla_{0,0}[\]$	
[CALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}[\circ\circ] \overrightarrow{A_{r,s+1}}[\]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ\gamma] \mapsto \nabla_{r,s}[\] \overrightarrow{A_{r,s+1}}[\circ\circ\gamma']$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SEL]	$\overrightarrow{A_{r,0}}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,0}[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}[\circ\circ] \mapsto \overleftarrow{A_{r,0}}[\circ\circ]$	
[RET]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \overleftarrow{A_{r,s+1}}[\] \mapsto \nabla_{r,s+1}[\circ\circ]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SRET]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \overleftarrow{A_{r,s+1}}[\] \mapsto \nabla_{r,s+1}[\circ\circ]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SCAN]	$\overrightarrow{A_{r,0}}[\] \xrightarrow{a} \overleftarrow{A_{r,0}}[\]$	$A_{r,0}[\] \rightarrow a$

Tabla 9.4: Reglas del esquema de compilación genérico de LIG en L-LIA

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] \nabla_{0,0}[\]$	
[CALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}[\circ\circ] \square[\]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ\gamma] \mapsto \nabla_{r,s}[\] \square[\circ\circ\gamma']$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SEL]	$\square[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,0}[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}[\circ\circ] \mapsto A_{r,0}[\circ\circ]$	
[RET]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] A_{r,s+1}[\] \mapsto \nabla_{r,s+1}[\circ\circ]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SRET]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] A_{r,s+1}[\] \mapsto \nabla_{r,s+1}[\circ\circ]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SCAN]	$\square[\] \xrightarrow{a} A_{r,0}[\]$	$A_{r,0}[\] \rightarrow a$

Tabla 9.5: Reglas del esquema de compilación ascendente-descendente de LIG en L-LIA

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] \nabla_{0,0}[\]$	
[CALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}[\circ\circ] \overline{A_{r,s+1}}[\]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ\gamma] \mapsto \nabla_{r,s}[\] \overline{A_{r,s+1}}[\circ\circ\gamma']$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SEL]	$\overline{A_{r,0}}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,0}[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}[\circ\circ] \mapsto \overline{\overline{A_{r,0}}}[\circ\circ]$	
[RET]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \overline{\overline{A_{r,s+1}}}\ [\] \mapsto \nabla_{r,s+1}[\circ\circ]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SRET]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \overline{\overline{A_{r,s+1}}}\ [\] \mapsto \nabla_{r,s+1}[\circ\circ]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SCAN]	$\overline{\overline{A_{r,0}}}\ [\] \xrightarrow{a} \overline{\overline{A_{r,0}}}\ [\]$	$A_{r,0}[\] \rightarrow a$

Tabla 9.6: Reglas del esquema de compilación Earley-descendente de LIG en L-LIA

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] \nabla_{0,0}[\]$	
[CALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}[\circ\circ] A_{r,s+1}[\]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ\gamma] \mapsto \nabla_{r,s}[\] A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma']$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SEL]	$A_{r,0}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,0}[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}[\circ\circ] \mapsto \square[\circ\circ]$	
[RET]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \square[\] \mapsto \nabla_{r,s+1}[\circ\circ]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$
[SRET]	$\nabla_{r,s}[\circ\circ] \square[\] \mapsto \nabla_{r,s+1}[\circ\circ]$	$A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\gamma'] \Upsilon_2$
[SCAN]	$A_{r,0}[\] \xrightarrow{a} \square[\]$	$A_{r,0}[\] \rightarrow a$

Tabla 9.7: Reglas del esquema de compilación descendente-descendente de LIG en L-LIA

definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 9.4 y por los elementos inicial $\$0[\]$ y final $\square[\]$. §

9.3.2. Esquemas de compilación de gramáticas de adjunción de árboles

Mediante los tipos de transiciones presentes en los L-LIA podemos implementar estrategias de análisis de gramáticas de adjunción de árboles en las cuales las adjunciones se resuelven en la fase descendente. Para ello, cuando se visita la raíz de un árbol auxiliar β se almacenará en la pila de índices asociada el nodo en el cual se realizó la adjunción de β . Esa pila de índices es transportada a lo largo de la espina hasta alcanzar el nodo pie, momento en el cual su cima nos indicará el nodo en el cual debe continuar el análisis. En cambio, durante la fase ascendente la pila de índices asociada a los nodos visitados estará vacía.

En lo que respecta al recorrido de cada uno de los árboles elementales no existe limitación alguna, lo cual nos permite definir un esquema de compilación genérico parametrizado precisamente en función de la información predicha y propagada con respecto a los nodos de los árboles elementales durante el recorrido de los mismos. Dicho esquema genérico será luego convertido en los esquemas específicos correspondientes a las estrategias ascendente-descendente, Earley-descendente y descendente-descendente.

Esquema de compilación 9.7 El esquema de compilación genérico de una gramática de adjunción de árboles en un autómata lineal de índices orientado a la izquierda queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 9.8 y los elementos inicial $\$0[\]$ y final $\overleftarrow{\Upsilon}\alpha[\]$, con $\alpha \in \mathbf{I}$. §

Estrategia ascendente-descendente

Esquema de compilación 9.8 El esquema de compilación ascendente-descendente de una gramática de adjunción de árboles en un autómata lineal de índices orientado a la izquierda queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 9.9 y los elementos inicial $\$0[\]$ y final $\Upsilon\alpha[\]$, con $\alpha \in \mathbf{I}$. §

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] \nabla_{0,0}^\alpha[]$	$\alpha \in \mathbf{I}$
[CALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overrightarrow{N_{r,s+1}^\gamma}[]$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[] \overrightarrow{N_{r,s+1}^\gamma}[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SEL]	$\overrightarrow{N_{r,0}^\gamma}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,0}^\gamma[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \overleftarrow{N_{r,0}^\gamma}[\circ\circ]$	
[RET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overleftarrow{N_{r,s+1}^\gamma}[] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SRET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overleftarrow{N_{r,s+1}^\gamma}[] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCAN]	$\overrightarrow{N_{r,0}^\gamma}[\circ\circ] \xrightarrow{a} \overleftarrow{N_{r,0}^\gamma}[\circ\circ]$	$N_{r,0}^\gamma[] \rightarrow a$
[ACALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[] \overrightarrow{\top^\beta}[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma]$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[ARET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overleftarrow{\top^\beta}[] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FCALL]	$\nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] \mapsto \nabla_{f,0}^\beta[] \overrightarrow{N_{r,s+1}^\gamma}[\circ\circ]$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta, \beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FRET]	$\nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ] \overleftarrow{N_{r,s+1}^\gamma}[] \mapsto \nabla_{f,1}^\beta[\circ\circ]$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta, \beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$

Tabla 9.8: Reglas del esquema de compilación genérico de TAG en L-LIA

Estrategia Earley-descendente

Esquema de compilación 9.9 El esquema de compilación Earley-descendente de una gramática de adjunción de árboles en un autómata lineal de índices orientado a la izquierda queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 9.10 y los elementos inicial $\$0[]$ y final $\overleftarrow{\top^\alpha}[]$, con $\alpha \in \mathbf{I}$. §

Estrategia descendente-descendente

Esquema de compilación 9.10 El esquema de compilación descendente-descendente de una gramática de adjunción de árboles en un autómata lineal de índices orientado a la izquierda queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 9.11 y los elementos inicial $\$0[]$ y final $\square[]$. §

9.3.3. L-LIA y los lenguajes de adjunción de árboles

En la tabla 9.12 se muestra los tipos de transiciones y su relación con las reglas de los esquemas de compilación de LIG y TAG.

Teorema 9.1 *Los autómatas lineales de índices orientados a la izquierda que utilizan el juego de transiciones de la tabla 9.12 aceptan la clase de los lenguajes de adjunción de árboles.*

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] \nabla_{0,0}^\alpha []$	$\alpha \in \mathbf{I}$
[CALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \square[]$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[] \square[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SEL]	$\square[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,0}^\gamma[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,nr}^\gamma[\circ\circ] \mapsto N_{r,0}^\gamma[\circ\circ]$	
[RET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] N_{r,s+1}^\gamma[] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SRET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] N_{r,s+1}^\gamma[] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCAN]	$\square[\circ\circ] \xrightarrow{a} N_{r,0}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,0}^\gamma[] \rightarrow a$
[ACALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[] \square[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma]$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[ARET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \top^\beta[] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FCALL]	$\nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] \mapsto \nabla_{f,0}^\beta[] \square[\circ\circ]$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta, \beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FRET]	$\nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ] N_{r,s+1}^\gamma[] \mapsto \nabla_{f,1}^\beta[\circ\circ]$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta, \beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$

Tabla 9.9: Reglas del esquema de compilación ascendente-descendente de TAG en L-LIA

Demostración:

Por los esquemas de compilación de LIG y TAG en L-LIA sabemos que los lenguajes de adjunción de árboles son aceptados por los L-LIA que utilizan las transiciones de la tabla 9.12.

Para demostrar que todo lenguaje aceptado por un L-LIA que utilice las transiciones de la tabla 9.12 es un lenguaje de adjunción de árboles, definiremos un procedimiento para crear una gramática lineal de índices a partir de tales autómatas.

Sea $\mathcal{A} = (V_T, V_S, \$0, \$f, V_I, T)$ un autómata lineal de índices orientado a la izquierda. Construiremos una gramática lineal de índices $\mathcal{L} = (V_T, V_N, V_I, S, P)$, donde el conjunto V_N de no-terminales estará formado por pares $\langle E, B \rangle$ tal que $A, B \in V_S$. Para que \mathcal{L} reconozca el lenguaje aceptado por \mathcal{A} el conjunto de producciones en P ha de construirse a partir de las transiciones en T de la siguiente manera:

- Para toda transición $C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$ y para todo $E \in V_S$ creamos una producción

$$\langle C, E \rangle[\circ\circ] \rightarrow a \langle F, E \rangle[\circ\circ]$$

- Para todo par de transiciones $C[\circ\circ] F[] \mapsto G[\circ\circ]$ y $C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F'[]$, y para todo $E \in V_S$ creamos una producción

$$\langle C, E \rangle[\circ\circ] \rightarrow \langle F', F \rangle[] \langle G, E \rangle[\circ\circ]$$

- Para todo par de transiciones $C[\circ\circ] F[] \mapsto G[\circ\circ]$ y $C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[] F'[\circ\circ\gamma']$, y para todo $E \in V_S$ creamos una producción

$$\langle C, E \rangle[\circ\circ\gamma] \rightarrow \langle F', F \rangle[\circ\circ\gamma'] \langle G, E \rangle[]$$

- Para todo $E \in V_S$ creamos una producción

$$\langle E, E \rangle[] \rightarrow \epsilon$$

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] \nabla_{0,0}^\alpha[]$	$\alpha \in \mathbf{I}$
[CALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overline{N_{r,s+1}^\gamma}[]$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[] \overline{N_{r,s+1}^\gamma}[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SEL]	$\overline{N_{r,0}^\gamma}[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,0}^\gamma[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \overline{\overline{N_{r,0}^\gamma}}[\circ\circ]$	
[RET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overline{\overline{N_{r,s+1}^\gamma}}[] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SRET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overline{\overline{N_{r,s+1}^\gamma}}[] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCAN]	$\overline{N_{r,0}^\gamma}[\circ\circ] \xrightarrow{a} \overline{\overline{N_{r,0}^\gamma}}[\circ\circ]$	$N_{r,0}^\gamma[] \rightarrow a$
[ACALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[] \overline{\overline{\top}^\beta}[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma]$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[ARET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \overline{\overline{\top}^\beta}[] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FCALL]	$\nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] \mapsto \nabla_{f,0}^\beta[] \overline{N_{r,s+1}^\gamma}[\circ\circ]$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta$, $\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FRET]	$\nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ] \overline{\overline{N_{r,s+1}^\gamma}}[] \mapsto \nabla_{f,1}^\beta[\circ\circ]$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta$, $\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$

Tabla 9.10: Reglas del esquema de compilación Earley-descendente de TAG en L-LIA

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] \nabla_{0,0}^\alpha[]$	$\alpha \in \mathbf{I}$
[CALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] N_{r,s+1}^\gamma[]$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[] N_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SEL]	$N_{r,0}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,0}^\gamma[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB]	$\nabla_{r,n_r}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \square[\circ\circ]$	
[RET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \square[] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SRET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \square[] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma)$, $\mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCAN]	$N_{r,0}^\gamma[\circ\circ] \xrightarrow{a} \square[\circ\circ]$	$N_{r,0}^\gamma[] \rightarrow a$
[ACALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mapsto \nabla_{r,s}^\gamma[] \overline{\overline{\top}^\beta}[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma]$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[ARET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \square[] \mapsto \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FCALL]	$\nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma] \mapsto \nabla_{f,0}^\beta[] N_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta$, $\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FRET]	$\nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ] \square[] \mapsto \nabla_{f,1}^\beta[\circ\circ]$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta$, $\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$

Tabla 9.11: Reglas del esquema de compilación descendente-descendente de TAG en L-LIA

Transición	Compilación de LIG	Compilación de TAG
$C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$	[SEL][PUB][SCAN]	[SEL][PUB][SCAN]
$C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F[]$	[INIT][CALL]	[INIT][CALL]
$C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[] F[\circ\circ\gamma']$	[SCALL]	[SCALL][ACALL][FCALL]
$C[\circ\circ] F[] \mapsto G[\circ\circ]$	[RET][SRET]	[RET][SRET][ARET][FRET]

Tabla 9.12: Tipos de transiciones L-LIA

- Para toda transición $\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] F[]$ o $\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] F[\circ\circ]$, donde $F \in V_S - \{\$0\}$, creamos una producción

$$\langle \$0, \$0 \rangle[\circ\circ] \rightarrow \langle F, \$f \rangle[\circ\circ]$$

- Para toda transición $C[\circ\circ] \xrightarrow{a} \$f[\circ\circ]$ creamos una transición

$$\langle C, \$f \rangle[] \rightarrow a$$

Con respecto al axioma de la gramática, tenemos que $S = \langle \$0, \$0 \rangle$.

Mediante inducción en la longitud de las derivaciones, es posible mostrar que $\langle C, E \rangle[\alpha] \xrightarrow{*} w$ si y sólo si $(C[\alpha], w) \vdash (E[], \epsilon)$, puesto que

- Si una derivación $(C[\alpha], w) \vdash (E[], \epsilon)$ es el resultado de aplicar la secuencia t_1, \dots, t_m de transiciones en \mathcal{T} , entonces existe una secuencia p_1, \dots, p_m de producciones en P tal que la derivación $\langle C, E \rangle[\alpha] \xrightarrow{*} w$ resultado de aplicar p_1, \dots, p_m reconoce w . La demostración se realiza por inducción en la longitud de la derivación del autómata.

El caso base lo constituye la derivación $(E[], \epsilon) \vdash (E[], \epsilon)$, para la que existe una producción $\langle E, E \rangle[] \rightarrow \epsilon$. Por hipótesis de inducción suponemos que la proposición se cumple para cualquier derivación del autómata de longitud m . En tal caso, durante el paso de inducción verificamos que se cumple para cualquier posible derivación de longitud mayor que m :

- Si $(C[\alpha], aw) \vdash (F[\alpha], w) \vdash (E[], \epsilon)$, $\exists \langle C, E \rangle[\circ\circ] \rightarrow a \langle F, E \rangle[\circ\circ] \in P$, por hipótesis de inducción $\langle F, E \rangle[\alpha] \xrightarrow{*} w$ y en consecuencia $\langle C, E \rangle[\alpha] \xrightarrow{*} aw$.
- Si $(C[\alpha], w_1w_2) \vdash (C[\alpha] F'[], w_1w_2) \vdash (C[\alpha] F[], w_2) \vdash (G[\alpha], w_2) \vdash (E[], \epsilon)$, existe una producción $\langle C, E \rangle[\circ\circ] \rightarrow \langle F', F \rangle[] \langle G, E \rangle[\circ\circ]$, por hipótesis de inducción $\langle F', F \rangle[] \xrightarrow{*} w_1$ y $\langle G, E \rangle[\alpha] \xrightarrow{*} w_2$ y en consecuencia $\langle C, E \rangle[\alpha] \xrightarrow{*} w_1w_2$.
- Si $(C[\alpha\gamma], w_1w_2) \vdash (C[] F'[\alpha\gamma'], w_1w_2) \vdash (C[] F[], w_2) \vdash (G[], w_2) \vdash (E[], \epsilon)$, existe una producción $\langle C, E \rangle[\circ\circ\gamma] \rightarrow \langle F', F \rangle[\circ\circ\gamma'] \langle G, E \rangle[]$, por hipótesis de inducción $\langle F', F \rangle[\alpha\gamma'] \xrightarrow{*} w_1$ y $\langle G, E \rangle[] \xrightarrow{*} w_2$ y en consecuencia $\langle C, E \rangle[\alpha\gamma] \xrightarrow{*} w_1w_2$.
- Si una derivación izquierda $\langle C, E \rangle[\alpha] \xrightarrow{*} w$ reconoce la cadena w como resultado de aplicar la secuencia p_1, \dots, p_m de producciones en P , entonces existe una secuencia de transiciones t_1, \dots, t_m tal que la derivación $(C[\alpha], w) \vdash (E[], \epsilon)$ es el resultado de aplicar la secuencia de transiciones t_1, \dots, t_m . La demostración se realiza por inducción en la longitud de la derivación de la gramática. El caso base lo constituye la derivación $(E, E)[] \Rightarrow \epsilon$, para la que existe una derivación $(E[], \epsilon) \vdash (E[], \epsilon)$ en el autómata. Por hipótesis de inducción suponemos que la proposición se cumple para cualquier derivación de la gramática de longitud m . En tal caso, durante el paso de inducción verificamos que se cumple para cualquier posible derivación de longitud mayor que m :

- Si $\langle C, E \rangle[\alpha] \Rightarrow a \langle F, E \rangle[\alpha] \xrightarrow{m} aw$, existe una transición $C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$, por hipótesis de inducción $(F[\alpha], w) \vdash^* (E[\], \epsilon)$ y en consecuencia $(C[\alpha], aw) \vdash^* (E[\], \epsilon)$.
- Si $\langle C, E \rangle[\alpha] \Rightarrow \langle F', F \rangle[\] \langle G, E \rangle[\alpha] \xrightarrow{m_1} w_1 \langle G, E \rangle[\alpha] \xrightarrow{m_2} w_1 w_2$, existe un par de transiciones $C[\circ\circ] \xrightarrow{\ } C[\circ\circ] F'[\]$ y $C[\circ\circ] F[\] \xrightarrow{\ } G[\circ\circ]$, por hipótesis de inducción $(F'[\], w_1) \vdash^* (F[\], \epsilon)$ y $(G[\alpha], w_2) \vdash^* (E[\], \epsilon)$ y en consecuencia $(C[\alpha], w_1 w_2) \vdash^* (E[\], \epsilon)$.
- Si $\langle C, E \rangle[\alpha\gamma] \Rightarrow \langle F', F \rangle[\alpha\gamma'] \langle G, E \rangle[\] \xrightarrow{m_1} w_1 \langle G, E \rangle[\] \xrightarrow{m_2} w_1 w_2$, existe un par de transiciones $C[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{\ } C[\] F'[\circ\circ\gamma']$ y $C[\circ\circ] F[\] \xrightarrow{\ } G[\circ\circ]$, por hipótesis de inducción $(F'[\alpha\gamma'], w_1) \vdash^* (F[\], \epsilon)$ y $(G[\], w_2) \vdash^* (E[\], \epsilon)$ y en consecuencia $(C[\alpha\gamma], w_1 w_2) \vdash^* (E[\], \epsilon)$.

□

9.3.4. Tabulación

Presentamos en esta sección una técnica de tabulación alternativa a la propuesta por Nederhof en [126] para los autómatas lineales de índices orientados a la izquierda. Una diferencia fundamental es que el conjunto de transiciones que se considera es distinto, como se ha comentado anteriormente. Para proceder al diseño de la técnica de tabulación debemos primero definir los distintos tipos de derivaciones observables en un L-LIA:

Derivaciones de llamada. Corresponden a la transmisión de una pila de índices en la fase de llamada de la estrategia de análisis y son de la forma

$$\begin{aligned} (\Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) & \vdash^* (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\ & \vdash^* (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \end{aligned}$$

donde $\gamma \in V_I$, $\delta \in (V_S[V_I^*])^*$, tanto $B[\alpha\gamma]$ como $C[\alpha\gamma]$ son descendientes dependientes de $A[\alpha]$ y no existe un par $(F[\delta\gamma], f) \neq (B[\delta\gamma], j)$ tal que

$$\begin{aligned} (\Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) & \vdash^* (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 F[\delta\gamma], a_{f+1} \dots a_n) \\ & \vdash^* (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\ & \vdash^* (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \end{aligned}$$

La figura 9.3 muestra una representación gráfica de las derivaciones de llamada.

Para cualquier $\Upsilon' \in (V_S[V_I^*])^*$ y $\alpha \in V_I^*$ se cumple que:

$$\begin{aligned} (\Upsilon' A[\alpha], a_{h+1} \dots a_n) & \vdash^* (\Upsilon' A[\] \Upsilon_1 B[\alpha\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\ & \vdash^* (\Upsilon' A[\] \Upsilon_1 C[\alpha\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \end{aligned}$$

En consecuencia, este tipo de derivaciones se pueden representar mediante ítems de la forma

$$[A, h \mid B, i, \gamma, C, j, \gamma \mid -, -, -, -]$$

Derivaciones de retorno. Corresponden a la propagación de una pila durante la fase de retorno de la estrategia de análisis y son de la forma

$$\begin{aligned}
(\Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) & \stackrel{*}{\vdash} (\Upsilon A[] \Upsilon_1 B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\
& \stackrel{*}{\vdash} (\Upsilon A[] \Upsilon_1 B[] \Upsilon_2 D[\delta], a_{p+1} \dots a_n) \\
& \stackrel{*}{\vdash} (\Upsilon A[] \Upsilon_1 B[] \Upsilon_2 E[], a_{q+1} \dots a_n) \\
& \stackrel{*}{\vdash} (\Upsilon A[] \Upsilon_1 C[], a_{j+1} \dots a_n)
\end{aligned}$$

donde $\gamma \in V_I$, $\delta \in V_I^*$, tanto $B[\alpha\gamma]$ como $D[\alpha]$ son descendientes dependientes de $A[\alpha]$ y no existen $(F[\delta\gamma], f) \neq (B[\delta\gamma], i)$ ni $(G[\delta], g) \neq (D[\delta], p)$ tal que

$$\begin{aligned}
(\Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) & \stackrel{*}{\vdash} (\Upsilon A[] \Upsilon_1 F[\delta\gamma], a_{f+1} \dots a_n) \\
& \stackrel{*}{\vdash} (\Upsilon A[] \Upsilon_1 B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\
& \stackrel{*}{\vdash} (\Upsilon A[] \Upsilon_1 B[] \Upsilon_2 G[\delta], a_{g+1} \dots a_n) \\
& \stackrel{*}{\vdash} (\Upsilon A[] \Upsilon_1 B[] \Upsilon_2 D[\delta], a_{p+1} \dots a_n) \\
& \stackrel{*}{\vdash} (\Upsilon A[] \Upsilon_1 B[] \Upsilon_2 E[], a_{q+1} \dots a_n) \\
& \stackrel{*}{\vdash} (\Upsilon A[] \Upsilon_1 C[], a_{j+1} \dots a_n)
\end{aligned}$$

La figura 9.4 muestra una representación gráfica de las derivaciones de retorno.

Para cualquier $\Upsilon' \in (V_S[V_I^*])^*$ y pila de índices $\delta' \in V_I^*$ tal que existe una derivación $(D[\delta'], a_{p+1} \dots a_n) \stackrel{*}{\vdash} (E[], a_{q+1} \dots a_n)$ se cumple que

$$\begin{aligned}
(\Upsilon' A[\delta'], a_{h+1} \dots a_n) & \stackrel{*}{\vdash} (\Upsilon' A[] \Upsilon_1 B[\delta'\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\
& \stackrel{*}{\vdash} (\Upsilon' A[] \Upsilon_1 B[] \Upsilon_2 D[\delta'], a_{p+1} \dots a_n) \\
& \stackrel{*}{\vdash} (\Upsilon' A[] \Upsilon_1 B[] \Upsilon_2 E[], a_{q+1} \dots a_n) \\
& \stackrel{*}{\vdash} (\Upsilon' A[] \Upsilon_1 C[], a_{j+1} \dots a_n)
\end{aligned}$$

Ello permite representar este tipo de derivaciones mediante ítems de la forma

$$[A, h \mid B, i, \gamma, C, j, - \mid D, p, E, q]$$

donde los componentes (A, h) y (D, p, E, q) permiten asegurar que estamos trabajando con la misma pila de índices δ a lo largo de toda la derivación.

Derivaciones de puntos especiales. Son aquellas de la forma

$$(\Upsilon B[], a_{i+1} \dots a_n) \stackrel{*}{\vdash} (\Upsilon C[], a_{j+1} \dots a_n)$$

y no existe $(F[], f) \neq (B[], i)$ tal que

$$\begin{aligned}
(\Upsilon F[], a_{f+1} \dots a_n) & \stackrel{*}{\vdash} (\Upsilon B[], a_{i+1} \dots a_n) \\
& \stackrel{*}{\vdash} (\Upsilon C[], a_{j+1} \dots a_n)
\end{aligned}$$

La representación gráfica de las derivaciones de puntos especiales se muestra en la figura 9.5. Para cualquier $\Upsilon' \in (V_S[V_I^*])^*$ se cumple que

$$(\Upsilon' B[], a_{i+1} \dots a_n) \stackrel{*}{\vdash} (\Upsilon' C[], a_{j+1} \dots a_n)$$

por lo que este tipo de derivaciones puede ser representado mediante ítems de la forma

$$[-, - \mid B, i, -, C, j, - \mid -, -, -, -]$$

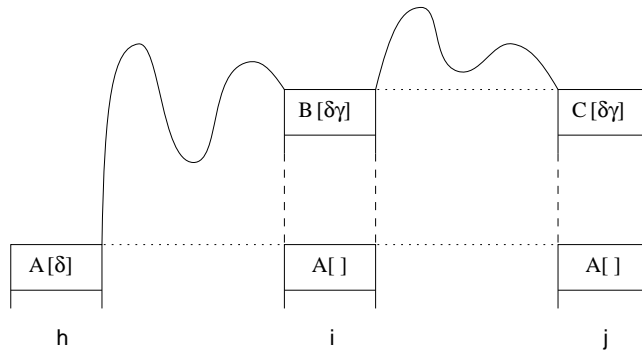


Figura 9.3: Derivaciones de llamada en L-LIA

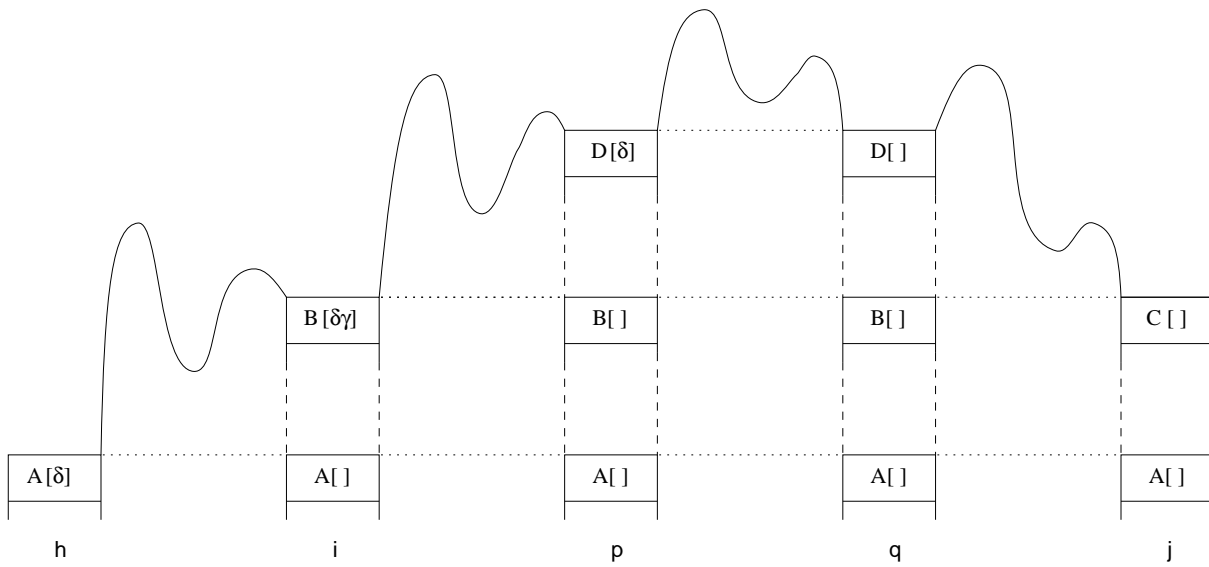


Figura 9.4: Derivaciones de retorno en L-LIA

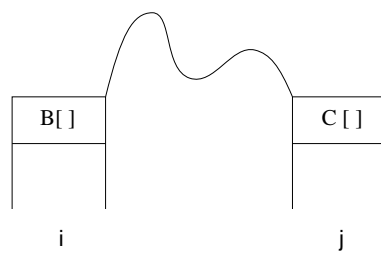


Figura 9.5: Derivaciones de puntos especiales en L-LIA

En la tablas 9.13 y 9.14 se muestran las reglas de combinación de ítems para los diferentes tipos de transiciones. El ítem inicial es

$$[-, - \mid \$_0, 0, -, \$_0, 0, - \mid -, -, -, -]$$

y los ítems finales son de la forma

$$[-, - \mid B, 0, -, \$_f, n, - \mid -, -, -, -]$$

tal que existe una transición $\$_0[\circ\circ] \mapsto \$_0[\] B[\circ\circ]$ o bien una transición $\$_0[\circ\circ] \mapsto \$_0[\circ\circ] B[\]$.

Ejemplo 9.1 Para ilustrar la técnica de tabulación propuesta para L-LIA, mostraremos un ejemplo de interpretación tabular del autómata cuyas transiciones se muestran en la tabla 9.15. Dicho autómata, que acepta el lenguaje $\{a^n b^n c^n d^n \mid n \geq 1\}$ está basado en el L-LIA utilizado como ejemplo por Nederhof en [126]. La única modificación realizada ha sido la adaptación de las transiciones al juego de transiciones propuesto en este capítulo. En la parte derecha de la tabla 9.15 se muestra la derivación de la cadena $aabbccdd$ por el autómata definido en la parte izquierda de la dicha tabla. La primera columna indica la transición aplicada, la segunda el contenido de la pila del autómata y la tercera la parte de la cadena de entrada que resta por leer. La interpretación tabular de dicha derivación se muestra en la tabla 9.16, en la cual la primera columna se utiliza para identificar los ítems producidos, la segunda muestra el ítem obtenido en cada paso y la tercera muestra los ítems antecedentes y las transiciones involucradas en la generación de dicho ítem. ¶

Teorema 9.2 *La manipulación de configuraciones mediante la aplicación de transiciones en los autómatas lineales de índices orientados a la izquierda es equivalente a la manipulación de ítems mediante las reglas de combinación de las tablas 9.13 y 9.14.*

Demostración:

Puesto que un ítem representa una derivación y toda derivación debe ser representada por algún ítem, es suficiente con demostrar que la combinación de los ítems produce ítems que se corresponden con derivaciones válidas y que para toda derivación que se pueda producir como resultado de la aplicación de una transición, existe una regla de combinación de ítems que produce un ítem que representa a dicha derivación. A continuación se muestra una lista de todos los casos posibles de derivación que se puedan dar junto con la correspondiente regla de combinación de ítems.

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$
 - a una derivación de llamada:

$$\begin{aligned} (\Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) & \stackrel{*}{\vdash} (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\ & \stackrel{*}{\vdash} (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ & \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 F[\delta\gamma], a_{k+1} \dots a_n) \end{aligned}$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, C, j, \gamma \mid -, -, -, -]}{[A, h \mid B, i, \gamma, F, k, \gamma \mid -, -, -, -]} C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ], \quad k = j \text{ si } a = \epsilon, \quad k = j + 1 \text{ si } a \in V_T$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, C, j, \gamma \mid -, -, -, -]}{[A, h \mid B, i, \gamma, F, k, \gamma \mid -, -, -, -]} C[\text{oo}] \xrightarrow{a} F[\text{oo}], \quad k = j \text{ si } a = \epsilon, \quad k = j + 1 \text{ si } a \in V_T$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, C, j, - \mid D, p, E, q]}{[A, h \mid B, i, \gamma, F, k, - \mid D, p, E, q]} C[\text{oo}] \xrightarrow{a} F[\text{oo}], \quad k = j \text{ si } a = \epsilon, \quad k = j + 1 \text{ si } a \in V_T$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, C, j, \gamma \mid -, -, -, -]}{[-, - \mid F, j, -, F, j, - \mid -, -, -, -]} C[\text{oo}] \mapsto C[\text{oo}] F[]$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, C, j, - \mid D, p, E, q]}{[-, - \mid F, j, -, F, j, - \mid -, -, -, -]} C[\text{oo}] \mapsto C[\text{oo}] F[]$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, C, j, \gamma \mid -, -, -, -]}{[A, h \mid F, j, \gamma, F, j, \gamma \mid -, -, -, -]} C[\text{oo}] \mapsto C[] F[\text{oo}]$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, C, j, - \mid D, p, E, q]}{[-, - \mid F, j, -, F, j, - \mid -, -, -, -]} C[\text{oo}] \mapsto C[] F[\text{oo}]$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, C, j, \gamma \mid -, -, -, -]}{[C, j \mid F, j, \gamma', F, j, \gamma' \mid -, -, -, -]} C[\text{oo}] \mapsto C[] F[\text{oo}\gamma']$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, C, j, - \mid D, p, E, q]}{[C, j \mid F, j, \gamma', F, j, \gamma' \mid -, -, -, -]} C[\text{oo}] \mapsto C[] F[\text{oo}\gamma']$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, C, j, \gamma \mid -, -, -, -]}{[M, m \mid N, t, \gamma', A, h, \gamma' \mid -, -, -, -]} \frac{[M, m \mid F, j, \gamma', F, j, \gamma' \mid -, -, -, -]}{[M, m \mid F, j, \gamma', F, j, \gamma' \mid -, -, -, -]} C[\text{oo}\gamma] \mapsto C[] F[\text{oo}]$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, C, j, \gamma \mid -, -, -, -]}{[M, m \mid N, t, \gamma', A, h, - \mid D, p, E, q]} \frac{[M, m \mid F, j, -, F, j, - \mid -, -, -, -]}{[-, - \mid F, j, -, F, j, - \mid -, -, -, -]} C[\text{oo}\gamma] \mapsto C[] F[\text{oo}]$$

Tabla 9.13: Combinación de ítems en L-LIA (fase de llamada)

$\frac{\begin{array}{l} [-, - \mid F', j, -, F, k, - \mid -, -, -, -] \\ [A, h \mid B, i, \gamma, C, j, \gamma \mid -, -, -, -] \end{array}}{[A, h \mid B, i, \gamma, G, k, \gamma \mid -, -, -, -]}$	$\begin{array}{l} C[\text{oo}] \mapsto C[\text{oo}] F'[] \\ C[\text{oo}] F[] \mapsto G[\text{oo}] \end{array}$
$\frac{\begin{array}{l} [-, - \mid F', j, -, F, k, - \mid -, -, -, -] \\ [A, h \mid B, i, \gamma, C, j, - \mid D, p, E, q] \end{array}}{[A, h \mid B, i, \gamma, G, k, - \mid D, p, E, q]}$	$\begin{array}{l} C[\text{oo}] \mapsto C[\text{oo}] F'[] \\ C[\text{oo}] F[] \mapsto G[\text{oo}] \end{array}$
$\frac{\begin{array}{l} [A, h \mid F', j, \gamma, F, k, - \mid D, p, E, q] \\ [A, h \mid B, i, \gamma, C, j, \gamma \mid -, -, -, -] \end{array}}{[A, h \mid B, i, \gamma, G, k, - \mid D, p, E, q]}$	$\begin{array}{l} C[\text{oo}] \mapsto C[] F'[\text{oo}] \\ C[\text{oo}] F[] \mapsto G[\text{oo}] \end{array}$
$\frac{\begin{array}{l} [-, - \mid F', j, -, F, k, - \mid -, -, -, -] \\ [A, h \mid B, i, \gamma, C, j, - \mid D, p, E, q] \end{array}}{[A, h \mid B, i, \gamma, G, k, - \mid D, p, E, q]}$	$\begin{array}{l} C[\text{oo}] \mapsto C[] F'[\text{oo}] \\ C[\text{oo}] F[] \mapsto G[\text{oo}] \end{array}$
$\frac{\begin{array}{l} [C, j \mid F', j, \gamma', F, k, - \mid D, p, E, q] \\ [A, h \mid B, i, \gamma, C, j, \gamma \mid -, -, -, -] \\ [A, h \mid D, p, \gamma, E, q, - \mid O, u, P, v] \end{array}}{[A, h \mid B, i, \gamma, G, k, - \mid O, u, P, v]}$	$\begin{array}{l} C[\text{oo}] \mapsto C[] F'[\text{oo}\gamma'] \\ C[\text{oo}] F[] \mapsto G[\text{oo}] \end{array}$
$\frac{\begin{array}{l} [C, j \mid F', j, \gamma', F, k, - \mid O, u, P, v] \\ [A, h \mid B, i, \gamma, C, j, - \mid D, p, E, q] \\ [-, - \mid O, u, -, P, v, - \mid -, -, -, -] \end{array}}{[A, h \mid B, i, \gamma, G, k, - \mid D, p, E, q]}$	$\begin{array}{l} C[\text{oo}] \mapsto C[] F'[\text{oo}\gamma'] \\ C[\text{oo}] F[] \mapsto G[\text{oo}] \end{array}$
$\frac{\begin{array}{l} [M, m \mid F', j, \gamma', F, k, - \mid D, p, E, q] \\ [A, h \mid B, i, \gamma, C, j, \gamma \mid -, -, -, -] \\ [M, m \mid N, t, \gamma', A, h, \gamma' \mid -, -, -, -] \end{array}}{[A, h \mid B, i, \gamma, G, k, - \mid F', j, F, k]}$	$\begin{array}{l} C[\text{oo}\gamma] \mapsto C[] F'[\text{oo}] \\ C[\text{oo}] F[] \mapsto G[\text{oo}] \end{array}$
$\frac{\begin{array}{l} [-, - \mid F', j, -, F, k, - \mid -, -, -, -] \\ [A, h \mid B, i, \gamma, C, j, \gamma \mid -, -, -, -] \\ [M, m \mid N, t, \gamma', A, h, - \mid D, p, E, q] \end{array}}{[A, h \mid B, i, \gamma, G, k, - \mid F', j, F, k]}$	$\begin{array}{l} C[\text{oo}\gamma] \mapsto C[] F'[\text{oo}] \\ C[\text{oo}] F[] \mapsto G[\text{oo}] \end{array}$

Tabla 9.14: Combinación de ítems en L-LIA (fase de retorno)

(a)	$\$0[\text{oo}] \mapsto \$0[\text{oo}] S[]$	$\$0[]$	<i>aabbccdd</i>
(b)	$S[\text{oo}] \mapsto X[\text{oo}]$	(a) $\$0[] S[]$	<i>aabbccdd</i>
(c)	$X[\text{oo}] \mapsto X[\text{oo}] A[]$	(b) $\$0[] X[]$	<i>aabbccdd</i>
(d)	$A[\text{oo}] \xrightarrow{a} A'[\text{oo}]$	(c) $\$0[] X[] A[]$	<i>aabbccdd</i>
(e)	$X[\text{oo}] A'[] \mapsto X'[\text{oo}]$	(d) $\$0[] X[] A'[]$	<i>abbccdd</i>
(f)	$X'[\text{oo}] \mapsto D[\text{oo}]$	(e) $\$0[] X'[]$	<i>abbccdd</i>
(g)	$D[\text{oo}] \mapsto D[] Y[\text{oo}\gamma]$	(f) $\$0[] D[]$	<i>abbccdd</i>
(h)	$Y[\text{oo}] \mapsto X[\text{oo}]$	(g) $\$0[] D[] Y[\gamma]$	<i>abbccdd</i>
(i)	$Y[\text{oo}] \mapsto Z[\text{oo}]$	(h) $\$0[] D[] X[\gamma]$	<i>abbccdd</i>
(j)	$Z[\text{oo}] \mapsto Z[\text{oo}] B[]$	(c) $\$0[] D[] X[\gamma] A[]$	<i>abbccdd</i>
(k)	$B[\text{oo}] \xrightarrow{b} B'[\text{oo}]$	(d) $\$0[] D[] X[\gamma] A'[]$	<i>bbccdd</i>
(l)	$Z[\text{oo}] B'[] \mapsto Z'[\text{oo}]$	(e) $\$0[] D[] X'[\gamma]$	<i>bbccdd</i>
(m)	$Z'[\text{oo}] \mapsto C[\text{oo}]$	(f) $\$0[] D[] D[\gamma]$	<i>bbccdd</i>
(n)	$C[\text{oo}\gamma] \mapsto C[] P[\text{oo}\gamma]$	(g) $\$0[] D[] D[] Y[\gamma\gamma]$	<i>bbccdd</i>
(p)	$P[\text{oo}] \mapsto Z[\text{oo}]$	(i) $\$0[] D[] D[] Z[\gamma\gamma]$	<i>bbccdd</i>
(q)	$C[\text{oo}] P[] \mapsto C'[\text{oo}]$	(j) $\$0[] D[] D[] Z[\gamma\gamma] B[]$	<i>bbccdd</i>
(r)	$C'[\text{oo}] \xrightarrow{c} C''[\text{oo}]$	(k) $\$0[] D[] D[] Z[\gamma\gamma] B'[]$	<i>bccdd</i>
(s)	$C[\text{oo}] C''[] \mapsto C'[\text{oo}]$	(l) $\$0[] D[] D[] Z'[\gamma\gamma]$	<i>bccdd</i>
(t)	$D[\text{oo}] C''[] \mapsto D'[\text{oo}]$	(m) $\$0[] D[] D[] C[\gamma\gamma]$	<i>bccdd</i>
(u)	$D'[\text{oo}] \xrightarrow{d} D''[\text{oo}]$	(n) $\$0[] D[] D[] C[] P[\gamma]$	<i>bccdd</i>
(v)	$D[\text{oo}] D''[] \mapsto D'[\text{oo}]$	(p) $\$0[] D[] D[] C[] Z[\gamma]$	<i>bccdd</i>
(w)	$D''[\text{oo}] \mapsto \$f[\text{oo}]$	(j) $\$0[] D[] D[] C[] Z[\gamma] B[]$	<i>bccdd</i>
		(k) $\$0[] D[] D[] C[] Z[\gamma] B'[]$	<i>ccdd</i>
		(l) $\$0[] D[] D[] C[] Z'[\gamma]$	<i>ccdd</i>
		(m) $\$0[] D[] D[] C[] C[\gamma]$	<i>ccdd</i>
		(n) $\$0[] D[] D[] C[] C[] P[]$	<i>ccdd</i>
		(q) $\$0[] D[] D[] C[] C'[]$	<i>ccdd</i>
		(r) $\$0[] D[] D[] C[] C''[]$	<i>cdd</i>
		(s) $\$0[] D[] D[] C'[]$	<i>cdd</i>
		(r) $\$0[] D[] D[] C''[]$	<i>dd</i>
		(t) $\$0[] D[] D'[]$	<i>dd</i>
		(u) $\$0[] D[] D''[]$	<i>d</i>
		(v) $\$0[] D'[]$	<i>d</i>
		(u) $\$0[] D''[]$	
		(w) $\$0[] \$f[]$	

Tabla 9.15: Transiciones de un L-LIA que acepta $\{a^n b^n c^n d^n \mid n > 0\}$ (izquierda) y derivación de la cadena *aabbccdd* en dicha gramática (derecha)

	Ítem	Origen
0	$[-, - \$_0, 0, -, \$_0, 0, - -, -, -, -]$	
1	$[-, - S, 0, -, S, 0, - -, -, -, -]$	$0 + \$_0[00] \mapsto \$_0[00] S[]$
2	$[-, - S, 0, -, X, 0, - -, -, -, -]$	$1 + S[00] \mapsto X[00]$
3	$[-, - A, 0, -, A, 0, - -, -, -, -]$	$2 + X[00] \mapsto X[00] A[]$
4	$[-, - A, 0, -, A', 1, - -, -, -, -]$	$3 + A[00] \xrightarrow{a} A'[00]$
5	$[-, - S, 0, -, X', 1, - -, -, -, -]$	$4 + 2 + X[00] \mapsto X[00] A[] + X[00] A'[] \mapsto X'[00]$
6	$[-, - S, 0, -, D, 1, - -, -, -, -]$	$5 + X'[00] \mapsto D[00]$
7	$[D, 1 Y, 1, \gamma, Y, 1, \gamma -, -, -, -]$	$6 + D[00] \mapsto D[] Y[00\gamma]$
8	$[D, 1 Y, 1, \gamma, X, 1, \gamma -, -, -, -]$	$7 + Y[00] \mapsto X[00]$
9	$[-, - A, 1, -, A, 1, - -, -, -, -]$	$8 + X[00] \mapsto X[00] A[]$
10	$[-, - A, 1, -, A', 2, - -, -, -, -]$	$9 + A[00] \xrightarrow{a} A'[00]$
11	$[D, 1 Y, 1, \gamma, X', 2, \gamma -, -, -, -]$	$10 + 8 + X[00] \mapsto X[00] A[] + X[00] A'[] \mapsto X'[00]$
12	$[D, 1 Y, 1, \gamma, D, 2, \gamma -, -, -, -]$	$11 + X'[00] \mapsto D[00]$
13	$[D, 2 Y, 2, \gamma, Y, 2, \gamma -, -, -, -]$	$12 + D[00] \mapsto D[] Y[00\gamma]$
14	$[D, 2 Y, 2, \gamma, Z, 2, \gamma -, -, -, -]$	$13 + Y[00] \mapsto Z[00]$
15	$[-, - B, 2, -, B, 2, - -, -, -, -]$	$14 + Z[00] \mapsto Z[00] B[]$
16	$[-, - B, 2, -, B', 3, - -, -, -, -]$	$15 + B[00] \xrightarrow{b} B'[00]$
17	$[D, 2 Y, 2, \gamma, Z', 3, \gamma -, -, -, -]$	$16 + 14 + Z[00] \mapsto Z[00] B[] + Z[00] B'[] \mapsto Z'[00]$
18	$[D, 2 Y, 2, \gamma, C, 3, \gamma -, -, -, -]$	$17 + Z'[00] \mapsto C[00]$
19	$[D, 1 P, 3, \gamma, P, 3, \gamma -, -, -, -]$	$18 + 12 + C[00\gamma] \mapsto C[] P[00]$
20	$[D, 1 P, 3, \gamma, Z, 3, \gamma -, -, -, -]$	$19 + P[00] \mapsto Z[00]$
21	$[-, - B, 3, -, B, 3, - -, -, -, -]$	$20 + Z[00] \mapsto Z[00] B[]$
22	$[-, - B, 3, -, B', 4, - -, -, -, -]$	$21 + B[00] \xrightarrow{b} B'[00]$
23	$[D, 1 P, 3, \gamma, Z', 4, \gamma -, -, -, -]$	$22 + 20 + Z[00] \mapsto Z[00] B[] + Z[00] B'[] \mapsto Z'[00]$
24	$[D, 1 P, 3, \gamma, C, 4, \gamma -, -, -, -]$	$23 + Z'[00] \mapsto C[00]$
25	$[-, - P, 4, -, P, 4, - -, -, -, -]$	$24 + 6 + C[00\gamma] \mapsto C[] P[00]$
26	$[D, 1 P, 3, \gamma, C', 4, - P, 4, P, 4]$	$25 + 24 + 6 + C[00\gamma] \mapsto C[] P[00] + C[00] P[] \mapsto C'[00]$
27	$[D, 1 P, 3, \gamma, C'', 5, - P, 4, P, 4]$	$26 + C'[00] \xrightarrow{c} C''[00]$
28	$[D, 2 Y, 2, \gamma, C', 5, - P, 3, C'', 5]$	$27 + 18 + 12 + C[00\gamma] \mapsto C[] P[00] + C[00] C''[] \mapsto C'[00]$
29	$[D, 2 Y, 2, \gamma, C'', 6, - P, 3, C'', 5]$	$28 + C'[00] \xrightarrow{c} C''[00]$
30	$[D, 1 Y, 1, \gamma, D', 6, - P, 4, P, 4]$	$29 + 12 + 27 + D[00] \mapsto D[] Y[00\gamma] + D[00] C''[] \mapsto D'[00]$
31	$[D, 1 Y, 1, \gamma, D'', 7, - P, 4, P, 4]$	$30 + D'[00] \xrightarrow{d} D''$
32	$[-, - S, 0, -, D', 7, - -, -, -, -]$	$31 + 6 + 25 + D[00] \mapsto D[] Y[00\gamma] + D[00] D''[] \mapsto D'$
33	$[-, - S, 0, -, D'', 8, - -, -, -, -]$	$32 + D'[00] \xrightarrow{d} D''$
34	$[-, - S, 0, -, \$_f, 8, - -, -, -, -]$	$33 + D''[00] \mapsto \$_f[00]$

Tabla 9.16: Ítems generados durante el reconocimiento de *aabbccdd*

- a una derivación de retorno:

$$\begin{aligned}
(\Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) & \overset{*}{\vdash} (\Upsilon A[] \Upsilon_1 B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\
& \overset{*}{\vdash} (\Upsilon A[] \Upsilon_1 B[] \Upsilon_2 D[\delta], a_{p+1} \dots a_n) \\
& \overset{*}{\vdash} (\Upsilon A[] \Upsilon_1 B[] \Upsilon_2 E[], a_{q+1} \dots a_n) \\
& \overset{*}{\vdash} (\Upsilon A[] \Upsilon_1 C[], a_{j+1} \dots a_n) \\
& \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 F[], a_{k+1} \dots a_n)
\end{aligned}$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, C, j, - \mid D, p, E, q]}{[A, h \mid B, i, \gamma, F, k, - \mid D, p, E, q]} C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ], \quad k = j \text{ si } a = \epsilon, \quad k = j + 1 \text{ si } a \in V_T$$

- a una derivación de puntos especiales:

$$\begin{aligned}
(\Upsilon B[], a_{i+1} \dots a_n) & \overset{*}{\vdash} (\Upsilon C[], a_{j+1} \dots a_n) \\
& \vdash (\Upsilon F[], a_{k+1} \dots a_n)
\end{aligned}$$

$$\frac{[-, - \mid B, i, -, C, j, - \mid -, -, -, -]}{[-, - \mid B, i, -, F, k, - \mid -, -, -, -]} C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ], \quad k = j \text{ si } a = \epsilon, \quad k = j + 1 \text{ si } a \in V_T$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F[]$

- a una derivación de llamada:

$$\begin{aligned}
(\Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) & \overset{*}{\vdash} (\Upsilon A[] \Upsilon_1 B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\
& \overset{*}{\vdash} (\Upsilon A[] \Upsilon_1 C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\
& \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 C[\delta\gamma] F[], a_{j+1} \dots a_n)
\end{aligned}$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, C, j, \gamma \mid -, -, -, -]}{[-, - \mid F, j, -, F, j, - \mid -, -, -, -]} C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F[]$$

- a una derivación de retorno:

$$\begin{aligned}
(\Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) & \overset{*}{\vdash} (\Upsilon A[] \Upsilon_1 B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\
& \overset{*}{\vdash} (\Upsilon A[] \Upsilon_1 B[] \Upsilon_2 D[\delta], a_{p+1} \dots a_n) \\
& \overset{*}{\vdash} (\Upsilon A[] \Upsilon_1 B[] \Upsilon_2 E[], a_{q+1} \dots a_n) \\
& \overset{*}{\vdash} (\Upsilon A[] \Upsilon_1 C[], a_{j+1} \dots a_n) \\
& \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 C[] F[], a_{j+1} \dots a_n)
\end{aligned}$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, C, j, - \mid D, p, E, q]}{[-, - \mid F, j, -, F, j, - \mid -, -, -, -]} C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F[]$$

- a una derivación de puntos especiales:

$$\begin{aligned}
(\Upsilon B[], a_{i+1} \dots a_n) & \overset{*}{\vdash} (\Upsilon C[], a_{j+1} \dots a_n) \\
& \vdash (\Upsilon C[] F[], a_{j+1} \dots a_n)
\end{aligned}$$

$$\frac{[-, - \mid B, i, -, C, j, - \mid -, -, -, -]}{[-, - \mid F, j, -, F, j, - \mid -, -, -, -]} C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F[]$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ] \mapsto C[] F[\circ\circ]$

- a una derivación de llamada:

$$\begin{aligned}
(\Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) & \overset{*}{\vdash} (\Upsilon A[] \Upsilon_1 B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\
& \overset{*}{\vdash} (\Upsilon A[] \Upsilon_1 C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\
& \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 C[] F[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n)
\end{aligned}$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, C, j, \gamma \mid -, -, -, -]}{[A, h \mid F, j, \gamma, F, j, \gamma \mid -, -, -, -]} C[\circ\circ] \mapsto C[] F[\circ\circ]$$

- a una derivación de retorno:

$$\begin{array}{l}
(\Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 B[] \Upsilon_2 D[\delta], a_{p+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 B[] \Upsilon_2 E[], a_{q+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 C[], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 C[] F[], a_{j+1} \dots a_n) \end{array} \\
\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, C, j, - \mid D, p, E, q]}{[-, - \mid F, j, -, F, j, - \mid -, -, -, -]} C[\circ\circ] \mapsto C[] F[\circ\circ]
\end{array}$$

- a una derivación de puntos especiales:

$$\begin{array}{l}
(\Upsilon B[], a_{i+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\Upsilon C[], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\Upsilon C[] F[], a_{j+1} \dots a_n) \end{array} \\
\frac{[-, - \mid B, i, -, C, j, - \mid -, -, -, -]}{[-, - \mid F, j, -, F, j, - \mid -, -, -, -]} C[\circ\circ] \mapsto C[] F[\circ\circ]
\end{array}$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ] \mapsto C[] F[\circ\circ\gamma']$

- a una derivación de llamada:

$$\begin{array}{l}
(\Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 C[] F[\delta\gamma\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \end{array} \\
\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, C, j, \gamma \mid -, -, -, -]}{[C, j \mid F, j, \gamma', F, j, \gamma' \mid -, -, -, -]} C[\circ\circ] \mapsto C[] F[\circ\circ\gamma']
\end{array}$$

- a una derivación de retorno:

$$\begin{array}{l}
(\Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 B[] \Upsilon_2 D[\delta], a_{p+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 B[] \Upsilon_2 E[], a_{q+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 C[], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 C[] F[\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \end{array} \\
\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, C, j, - \mid D, p, E, q]}{[C, j \mid F, j, \gamma', F, j, \gamma' \mid -, -, -, -]} C[\circ\circ] \mapsto C[] F[\circ\circ\gamma']
\end{array}$$

- a una derivación de puntos especiales:

$$\begin{array}{l}
(\Upsilon B[], a_{i+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\Upsilon C[], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\Upsilon C[] F[\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \end{array} \\
\frac{[-, - \mid B, i, -, C, j, - \mid -, -, -, -]}{[C, j \mid F, j, \gamma', F, j, \gamma' \mid -, -, -, -]} C[\circ\circ] \mapsto C[] F[\circ\circ\gamma']
\end{array}$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[] F[\circ\circ]$ a una derivación de llamada, con los tres casos siguientes:

- la derivación de llamada es a su vez derivada a partir de una derivación de llamada:

$$\begin{array}{l}
(\Upsilon M[\delta], a_{m+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\Upsilon M[] \Upsilon_1 N[\delta\gamma'], a_{t+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\Upsilon M[] \Upsilon_1 A[\delta\gamma'], a_{h+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\Upsilon M[] \Upsilon_1 A[] \Upsilon_1 B[\delta\gamma'\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\Upsilon M[] \Upsilon_1 A[] \Upsilon_1 C[\delta\gamma'\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\Upsilon M[] \Upsilon_1 A[] \Upsilon_1 C[] F[\delta\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \end{array}
\end{array}$$

$$\frac{\begin{array}{l} [A, h \mid B, i, \gamma, C, j, \gamma \mid -, -, -, -] \\ [M, m \mid N, t, \gamma', A, h, \gamma' \mid -, -, -, -] \end{array}}{[M, m \mid F, j, \gamma', F, j, \gamma' \mid -, -, -, -]} C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[\] F[\circ\circ]$$

- la derivación de llamada es a su vez derivada a partir de una derivación de retorno:

$$\begin{array}{l} (\Upsilon M[\delta], a_{m+1} \dots a_n) \quad * \\ \vdash (\Upsilon M[\] \Upsilon_1 N[\delta\gamma'], a_{t+1} \dots a_n) \\ \quad * \\ \vdash (\Upsilon M[\] \Upsilon_1 N[\] \Upsilon_2 D[\delta], a_{p+1} \dots a_n) \\ \quad * \\ \vdash (\Upsilon M[\] \Upsilon_1 N[\] \Upsilon_2 E[\], a_{q+1} \dots a_n) \\ \quad * \\ \vdash (\Upsilon M[\] \Upsilon_1 A[\], a_{h+1} \dots a_n) \\ \quad * \\ \vdash (\Upsilon M[\] \Upsilon_1 A[\] B[\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\ \quad * \\ \vdash (\Upsilon M[\] \Upsilon_1 A[\] C[\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ \quad * \\ \vdash (\Upsilon M[\] \Upsilon_1 A[\] C[\] F[\], a_{j+1} \dots a_n) \end{array}$$

$$\frac{\begin{array}{l} [A, h \mid B, i, \gamma, C, j, \gamma \mid -, -, -, -] \\ [M, m \mid N, t, \gamma', A, h, - \mid D, p, E, q] \end{array}}{[-, - \mid F, j, -, F, j, - \mid -, -, -, -]} C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[\] F[\circ\circ]$$

- la derivación de llamada es a su vez derivada a partir de una derivación de puntos especiales:

$$\begin{array}{l} (\Upsilon N[\], a_{t+1} \dots a_n) \quad * \\ \vdash (\Upsilon A[\], a_{h+1} \dots a_n) \\ \quad * \\ \vdash (\Upsilon A[\] B[\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\ \quad * \\ \vdash (\Upsilon A[\] C[\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ \quad * \\ \vdash (\Upsilon A[\] C[\] F[\], a_{j+1} \dots a_n) \end{array}$$

$$\frac{\begin{array}{l} [A, h \mid B, i, \gamma, C, j, \gamma \mid -, -, -, -] \\ [-, - \mid N, t, -, A, h, - \mid -, -, -, -] \end{array}}{[-, - \mid F, j, -, F, j, - \mid -, -, -, -]} C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[\] F[\circ\circ]$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\circ\circ]$ a una derivación obtenida tras aplicar una transición $C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F'[\]$

- a una derivación de llamada:

$$\begin{array}{l} (\Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \quad * \\ \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\ \quad * \\ \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 C[\delta\gamma] F'[\], a_{j+1} \dots a_n) \\ \quad * \\ \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 C[\delta\gamma] F[\], a_{k+1} \dots a_n) \\ \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 G[\delta\gamma], a_{k+1} \dots a_n) \end{array}$$

$$\frac{\begin{array}{l} [-, - \mid F', j, -, F, k, - \mid -, -, -, -] \\ [A, h \mid B, i, \gamma, C, j, \gamma \mid -, -, -, -] \end{array}}{[A, h \mid B, i, \gamma, G, k, \gamma \mid -, -, -, -]} \begin{array}{l} C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F'[\] \\ C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\circ\circ] \end{array}$$

- a una derivación de retorno:

$$\begin{array}{l} (\Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \quad * \\ \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\ \quad * \\ \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 B[\] \Upsilon_2 D[\delta], a_{p+1} \dots a_n) \\ \quad * \\ \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 B[\] \Upsilon_2 E[\], a_{q+1} \dots a_n) \\ \quad * \\ \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 C[\], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 C[\] F'[\], a_{j+1} \dots a_n) \\ \quad * \\ \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 C[\] F[\], a_{k+1} \dots a_n) \\ \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 G[\], a_{k+1} \dots a_n) \end{array}$$

$$\frac{\frac{[-, - \mid F', j, -, F, k, - \mid -, -, -, -]}{[A, h \mid B, i, \gamma, C, j, - \mid D, p, E, q]}}{[A, h \mid B, i, \gamma, G, k, - \mid D, p, E, q]} \quad \begin{array}{l} C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F'[] \\ C[\circ\circ] F[] \mapsto G[\circ\circ] \end{array}$$

- a una derivación de puntos especiales:

$$\begin{array}{l} (\Upsilon B[], a_{i+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\Upsilon C[], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\Upsilon C[] F'[], a_{j+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\Upsilon C[] F[], a_{k+1} \dots a_n) \\ \vdash (\Upsilon G[], a_{k+1} \dots a_n) \end{array} \end{array}$$

$$\frac{\frac{[-, - \mid F', j, -, F, k, - \mid -, -, -, -]}{[-, - \mid B, i, \gamma, C, j, - \mid -, -, -, -]}}{[-, - \mid B, i, \gamma, G, k, - \mid -, -, -, -]} \quad \begin{array}{l} C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F'[] \\ C[\circ\circ] F[] \mapsto G[\circ\circ] \end{array}$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ] F[] \mapsto G[\circ\circ]$ a una derivación obtenida tras aplicar una transición $C[\circ\circ] \mapsto C[] F'[\circ\circ]$

- a una derivación de llamada:

$$\begin{array}{l} (\Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 C[] F'[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 C[] F'[] \Upsilon_2 D[\delta], a_{p+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 C[] F'[] \Upsilon_2 E[], a_{q+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 C[] F[], a_{k+1} \dots a_n) \\ \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 G[], a_{k+1} \dots a_n) \end{array} \end{array}$$

$$\frac{\frac{[A, h \mid F', j, \gamma, F, k, - \mid D, p, E, q]}{[A, h \mid B, i, \gamma, C, j, \gamma \mid -, -, -, -]}}{[A, h \mid B, i, \gamma, G, k, - \mid D, p, E, q]} \quad \begin{array}{l} C[\circ\circ] \mapsto C[] F'[\circ\circ] \\ C[\circ\circ] F[] \mapsto G[\circ\circ] \end{array}$$

- a una derivación de retorno:

$$\begin{array}{l} (\Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 B[] \Upsilon_2 D[\delta], a_{p+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 C[] \Upsilon_2 E[], a_{q+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 C[], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 C[] F'[], a_{j+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 C[] F[], a_{k+1} \dots a_n) \\ \vdash (\Upsilon A[] \Upsilon_1 G[], a_{k+1} \dots a_n) \end{array} \end{array}$$

$$\frac{\frac{[-, - \mid F', j, -, F, k, - \mid -, -, -, -]}{[A, h \mid B, i, \gamma, C, j, - \mid D, p, E, q]}}{[A, h \mid B, i, \gamma, G, k, - \mid D, p, E, q]} \quad \begin{array}{l} C[\circ\circ] \mapsto C[] F'[\circ\circ] \\ C[\circ\circ] F[] \mapsto G[\circ\circ] \end{array}$$

- a una derivación de puntos especiales:

$$\begin{array}{l} (\Upsilon B[], a_{i+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\Upsilon C[], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\Upsilon C[] F'[], a_{j+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\Upsilon C[] F[], a_{k+1} \dots a_n) \\ \vdash (\Upsilon G[], a_{k+1} \dots a_n) \end{array} \end{array}$$

$$\frac{\frac{[-, - \mid F', j, -, F, k, - \mid -, -, -, -]}{[-, - \mid B, i, -, C, j, - \mid -, -, -, -]}}{[-, - \mid B, i, -, G, k, - \mid -, -, -, -]} \quad \begin{array}{l} C[\circ\circ] \mapsto C[] F'[\circ\circ] \\ C[\circ\circ] F[] \mapsto G[\circ\circ] \end{array}$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\circ\circ]$ a una derivación obtenida tras aplicar una transición $C[\circ\circ] \mapsto C[\] F'[\circ\circ\gamma']$

- a una derivación de llamada:

$$\begin{array}{c}
(\Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l}
^* \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 C[\] F'[\delta\gamma\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 C[\] F'[\] \Upsilon_2 D[\delta\gamma], a_{p+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 C[\] F'[\] \Upsilon_2 D[\] \Upsilon_3 O[\delta], a_{u+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 C[\] F'[\] \Upsilon_2 D[\] \Upsilon_3 P[\], a_{v+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 C[\] F'[\] \Upsilon_2 E[\], a_{q+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 C[\] F[\], a_{k+1} \dots a_n) \\
\vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 G[\], a_{k+1} \dots a_n)
\end{array} \\
\\
\frac{\begin{array}{l}
[C, j \mid F', j, \gamma', F, k, - \mid D, p, E, q] \\
[A, h \mid B, i, \gamma, C, j, \gamma \mid -, -, -, -] \\
[A, h \mid D, p, \gamma, E, q, - \mid O, u, P, v]
\end{array}}{[A, h \mid B, i, \gamma, G, k, - \mid O, u, P, v]} \quad \begin{array}{l}
C[\circ\circ] \mapsto C[\] F'[\circ\circ\gamma'] \\
C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\circ\circ]
\end{array}
\end{array}$$

- a una derivación de retorno:

$$\begin{array}{c}
(\Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l}
^* \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 B[\] \Upsilon_2 D[\delta], a_{p+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 C[\] \Upsilon_2 E[\], a_{q+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 C[\], a_{j+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 C[\] F'[\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 C[\] F'[\] \Upsilon_3 O[\], a_{u+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 C[\] F'[\] \Upsilon_3 P[\], a_{v+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 C[\] F[\], a_{k+1} \dots a_n) \\
\vdash (\Upsilon A[\] \Upsilon_1 G[\], a_{k+1} \dots a_n)
\end{array} \\
\\
\frac{\begin{array}{l}
[C, j \mid F', j, \gamma', F, k, - \mid O, u, P, v] \\
[A, h \mid B, i, \gamma, C, j, - \mid D, p, E, q] \\
[-, - \mid O, u, -, P, v, - \mid -, -, -, -]
\end{array}}{[A, h \mid B, i, \gamma, G, k, - \mid D, p, E, q]} \quad \begin{array}{l}
C[\circ\circ] \mapsto C[\] F'[\circ\circ\gamma'] \\
C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\circ\circ]
\end{array}
\end{array}$$

- a una derivación de puntos especiales:

$$\begin{array}{c}
(\Upsilon B[\], a_{i+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l}
^* \vdash (\Upsilon C[\], a_{j+1} \dots a_n) \\
\vdash (\Upsilon C[\] F'[\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\Upsilon C[\] F'[\] \Upsilon_1 O[\], a_{u+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\Upsilon C[\] F'[\] \Upsilon_1 P[\], a_{v+1} \dots a_n) \\
^* \vdash (\Upsilon C[\] F[\], a_{k+1} \dots a_n) \\
\vdash (\Upsilon G[\], a_{k+1} \dots a_n)
\end{array} \\
\\
\frac{\begin{array}{l}
[C, j \mid F', j, \gamma', F, k, - \mid O, u, P, v] \\
[-, - \mid B, i, -, C, j, - \mid -, -, -, -] \\
[-, - \mid O, u, -, P, v, - \mid -, -, -, -]
\end{array}}{[-, - \mid B, i, -, G, k, - \mid -, -, -, -]} \quad \begin{array}{l}
C[\circ\circ] \mapsto C[\] F'[\circ\circ\gamma'] \\
C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\circ\circ]
\end{array}
\end{array}$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\circ\circ]$ a una derivación obtenida tras aplicar una transición $C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[\] F'[\circ\circ]$ a una derivación de llamada, con los tres casos siguientes:

- la derivación de llamada es a su vez derivada de una derivación de llamada:

$$\begin{array}{l}
(\Upsilon M[\delta], a_{m+1} \dots a_n) \quad * \\
\vdash (\Upsilon M[\] \Upsilon_1 N[\delta\gamma'], a_{t+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\Upsilon M[\] \Upsilon_1 A[\delta\gamma'], a_{h+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\Upsilon M[\] \Upsilon_1 A[\] \Upsilon_2 B[\delta\gamma'\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\Upsilon M[\] \Upsilon_1 A[\] \Upsilon_2 C[\delta\gamma'\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\
\vdash (\Upsilon M[\] \Upsilon_1 A[\] \Upsilon_2 C[\] F'[\delta\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\Upsilon M[\] \Upsilon_1 A[\] \Upsilon_2 C[\] F'[\] \Upsilon_3 D[\delta], a_{p+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\Upsilon M[\] \Upsilon_1 A[\] \Upsilon_2 C[\] F'[\] \Upsilon_3 E[\], a_{q+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\Upsilon M[\] \Upsilon_1 A[\] \Upsilon_2 C[\] F[\], a_{k+1} \dots a_n) \\
\vdash (\Upsilon M[\] \Upsilon_1 A[\] \Upsilon_2 G[\], a_{k+1} \dots a_n)
\end{array}$$

$$\frac{
\begin{array}{l}
[M, m \mid F', j, \gamma', F, k, - \mid D, p, E, q] \\
[A, h \mid B, i, \gamma, C, j, \gamma \mid -, -, -, -] \\
[M, m \mid N, t, \gamma', A, h, \gamma' \mid -, -, -, -]
\end{array}
}{
[A, h \mid B, i, \gamma, G, k, - \mid F', j, F, k]
}
\begin{array}{l}
C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[\] F'[\circ\circ] \\
C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\circ\circ]
\end{array}$$

- la derivación de llamada es a su vez derivada de una derivación de retorno:

$$\begin{array}{l}
(\Upsilon M[\delta], a_{m+1} \dots a_n) \quad * \\
\vdash (\Upsilon M[\] \Upsilon_1 N[\delta\gamma'], a_{t+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\Upsilon M[\] \Upsilon_1 N[\] \Upsilon_2 D[\delta], a_{p+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\Upsilon M[\] \Upsilon_1 N[\] \Upsilon_2 E[\], a_{q+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\Upsilon M[\] \Upsilon_1 A[\], a_{h+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\Upsilon M[\] \Upsilon_1 A[\] \Upsilon_3 B[\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\Upsilon M[\] \Upsilon_1 A[\] \Upsilon_3 C[\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\
\vdash (\Upsilon M[\] \Upsilon_1 A[\] \Upsilon_3 C[\gamma] F'[\], a_{j+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (\Upsilon M[\] \Upsilon_1 A[\] \Upsilon_3 C[\gamma] F[\], a_{k+1} \dots a_n) \\
\vdash (\Upsilon M[\] \Upsilon_1 A[\] \Upsilon_3 G[\], a_{k+1} \dots a_n)
\end{array}$$

$$\frac{
\begin{array}{l}
[-, - \mid F', j, -, F, k, - \mid -, -, -, -] \\
[A, h \mid B, i, \gamma, C, j, \gamma \mid -, -, -, -] \\
[M, m \mid N, t, \gamma', A, h, - \mid D, p, E, q]
\end{array}
}{
[A, h \mid B, i, \gamma, G, k, - \mid F', j, F, k]
}
\begin{array}{l}
C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[\] F'[\circ\circ] \\
C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\circ\circ]
\end{array}$$

- la derivación de llamada es a su vez derivada de una derivación de puntos especiales:

$$\begin{array}{l}
(N[\delta\gamma'], a_{t+1} \dots a_n) \quad * \\
\vdash (A[\], a_{h+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (A[\] \Upsilon_3 B[\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (A[\] \Upsilon_3 C[\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\
\vdash (A[\] \Upsilon_3 C[\] F'[\], a_{j+1} \dots a_n) \\
\quad * \\
\vdash (A[\] \Upsilon_3 C[\] F[\], a_{k+1} \dots a_n) \\
\vdash (A[\] \Upsilon_3 G[\], a_{k+1} \dots a_n)
\end{array}$$

$$\frac{
\begin{array}{l}
[-, - \mid F', j, -, F, k, - \mid -, -, -, -] \\
[A, h \mid B, i, \gamma, C, j, \gamma \mid -, -, -, -] \\
[-, - \mid N, t, \gamma', A, h, - \mid -, -, -, -]
\end{array}
}{
[A, h \mid B, i, \gamma, G, k, - \mid F', j, F, k]
}
\begin{array}{l}
C[\circ\circ\gamma] \mapsto C[\] F'[\circ\circ] \\
C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\circ\circ]
\end{array}$$

□

La complejidad espacial de la técnica de tabulación con respecto a la longitud n de la cadena de entrada es $\mathcal{O}(n^5)$ puesto que cada ítem almacena 5 posiciones de la cadena de entrada. La complejidad temporal en el peor caso es $\mathcal{O}(n^7)$ y viene dada por la regla de combinación de ítems

$$\frac{\begin{array}{l} [C, j \mid F', j, \gamma', F, k, - \mid D, p, E, q] \\ [A, h \mid B, i, \gamma, C, j, \gamma \mid -, -, -, -] \\ [A, h \mid D, p, \gamma, E, q, - \mid O, u, P, v] \end{array}}{[A, h \mid B, i, \gamma, G, k, - \mid O, u, P, v]} \quad \begin{array}{l} C[\circ\circ] \mapsto C[\] F'[\circ\circ\gamma'] \\ C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\circ\circ] \end{array}$$

puesto que aunque se combinan ocho posiciones de la cadena de entrada, mediante aplicación parcial sólo es preciso utilizar simultáneamente siete de dichas posiciones. La complejidad temporal puede reducirse utilizando la técnica propuesta en [53, 125], consistente en dividir la regla mencionada en dos reglas de menor complejidad, de tal modo que la primera genere un pseudo-ítem intermedio que proporcione la información relevante para la segunda. En el caso que nos ocupa, se trata de repartir la información proporcionada por el ítem $[C, j \mid F', j, \gamma', F, k, - \mid D, p, E, q]$ entre las dos nuevas reglas

$$\frac{\begin{array}{l} [C, j \mid F', j, \gamma', F, k, - \mid D, p, E, q] \\ [A, h \mid D, p, \gamma, E, q, - \mid O, u, P, v] \end{array}}{[[C, j \mid F', j, \gamma', F, k, - \mid O, u, P, v]]} \quad \begin{array}{l} C[\circ\circ] \mapsto C[\] F'[\circ\circ\gamma'] \\ C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\circ\circ] \end{array}$$

$$\frac{\begin{array}{l} [[C, j \mid F', j, \gamma', F, k, - \mid O, u, P, v]] \\ [A, h \mid B, i, \gamma, C, j, \gamma \mid -, -, -, -] \\ [A, h \mid D, p, \gamma, E, q, - \mid O, u, P, v] \end{array}}{[A, h \mid B, i, \gamma, G, k, - \mid O, u, P, v]} \quad \begin{array}{l} C[\circ\circ] \mapsto C[\] F'[\circ\circ\gamma'] \\ C[\circ\circ] F[\] \mapsto G[\circ\circ] \end{array}$$

donde $[[C, j \mid F', j, \gamma', F, k, - \mid O, u, P, v]]$ es un pseudo-ítem intermedio que relaciona las dos reglas. La primera regla ignora la posición h , que es posteriormente recuperada del segundo y tercer ítem que intervienen en la segunda regla, que junto con el pseudo-ítem son suficientes para garantizar la existencia del ítem $[C, j \mid F', j, \gamma', F, k, - \mid D, p, E, q]$ por la definición de derivaciones de llamada y retorno. La primera regla presenta una complejidad temporal $\mathcal{O}(n^6)$ (la posición h no interviene) y la segunda presenta también una complejidad $\mathcal{O}(n^6)$ (las posiciones p y q no intervienen) por lo que hemos logrado rebajar la complejidad temporal en el peor caso de la técnica de tabulación a $\mathcal{O}(n^6)$.

9.4. Autómatas lineales de índices fuertemente dirigidos

Un autómata lineal de índices no orientado (*Non-oriented Linear Indexed Automata*, N-LIA) es aquel capaz de describir estrategias de análisis para gramáticas lineales de índices en las cuales las pilas de índices pueden ser construidas durante la fase descendente, durante la fase ascendente o en ambas fases. En el caso de las gramáticas de adjunción de árboles, tendríamos que dichos autómatas deben permitir la definición de algoritmos de análisis en los cuales las adjunciones se reconocen de forma descendente, ascendente o mixta.

Debido a su carencia de orientación, los N-LIA deben poder utilizar un juego de transiciones que sea el resultado de unir las transiciones permitidas en los R-LIA con aquellas permitidas en los L-LIA:

- $C[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{a} F[\circ\circ\gamma']$

- $C[\circ\circ] \xrightarrow{a} C[\circ\circ] F[]$
- $C[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{a} C[] F[\circ\circ\gamma']$
- $C[\circ\circ\gamma] F[] \xrightarrow{a} G[\circ\circ\gamma']$
- $C[] F[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{a} G[\circ\circ\gamma']$

Sin embargo, la utilización de este juego de transiciones permite definir autómatas que aceptan lenguajes que no pueden ser generados por ninguna gramática lineal de índices, tal y como se muestra en el siguiente ejemplo.

Ejemplo 9.2 El siguiente conjunto de transiciones define un N-LIA que acepta el lenguaje $a_1^n \dots a_{2k}^n \mid k > 0, n \geq 0$. En dichas transiciones, el subíndice i denota números enteros impares mientras que el subíndice j denota números enteros pares.

- (a) $\$0[\circ\circ] \mapsto \$0[\circ\circ] A_1[]$
- (b) $A_1[\circ\circ] \xrightarrow{a_1} A_1[] A_1[\circ\circ\gamma]$
- (c) $A_i[\circ\circ] \mapsto A_{i+1}[\circ\circ]$
- (d) $A_j[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{a_j} A_j[] A_j[\circ\circ]$
- (e) $A_j[\circ\circ] \mapsto A_{j+1}[\circ\circ]$
- (f) $A_j[\circ\circ] A_{j+1}[] \xrightarrow{a_{j+1}} A_{j+1}[\circ\circ\gamma]$
- (g) $A_j[] A_{j+1}[\circ\circ] \xrightarrow{a_{j+1}} A_{j+1}[\circ\circ\gamma]$
- (h) $A_1[] A_{2k}[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{a_{2k}} A_{2k}[\circ\circ]$

En la tabla 9.17 se muestra la derivación correspondiente a la cadena $a_1^2 \dots a_{2k}^2$. ◻

Con el fin de limitar los lenguajes aceptados a los lenguajes de adjunción de árboles, debemos establecer dos modos de funcionamiento en este tipo de autómatas:

- Un modo de escritura **w** en el cual no se permite extraer elementos de la pila del autómata.
- Un modo de borrado **e** en el cual no se permite realizar apilamientos en la pila del autómata.

Por convención, definimos una relación de orden entre modos, de tal modo que se cumple que $\mathbf{w} < \mathbf{e}$.

Adicionalmente, restringiremos las operaciones de las pilas de índices estableciendo que en los modos **w** y **e** se aplicarán las mismas operaciones de apilamiento y extracción de elementos de las pilas de índices, pero en orden inverso. Para ello, cada transición PUSH realizada en modo **w** escribirá una marca de acción que indique la operación realizada sobre la pila de índices:

$\models^{\mathbf{w}}$ para indicar la creación de una nueva pila de índices a partir de una configuración en modo de escritura.

$\models^{\mathbf{e}}$ para indicar la creación de una nueva pila de índices a partir de una configuración en modo de borrado.

\nearrow para indicar el apilamiento de un índice.

	$\$0[]$	$a_1 a_1 a_2 a_2 a_3 a_3 a_4 a_4 \dots a_{2k} a_{2k}$
(a)	$\$0[] A_1[]$	$a_1 a_1 a_2 a_2 a_3 a_3 a_4 a_4 \dots a_{2k} a_{2k}$
(b)	$\$0[] A_1[] A_1[\gamma]$	$a_1 a_2 a_2 a_3 a_3 a_4 a_4 \dots a_{2k} a_{2k}$
(b)	$\$0[] A_1[] A_1[] A_1[\gamma\gamma]$	$a_2 a_2 a_3 a_3 a_4 a_4 \dots a_{2k} a_{2k}$
(c)	$\$0[] A_1[] A_1[] A_2[\gamma\gamma]$	$a_2 a_2 a_3 a_3 a_4 a_4 \dots a_{2k} a_{2k}$
(d)	$\$0[] A_1[] A_1[] A_2[] A_2[\gamma]$	$a_2 a_3 a_3 a_4 a_4 \dots a_{2k} a_{2k}$
(d)	$\$0[] A_1[] A_1[] A_2[] A_2[] A_2[]$	$a_3 a_3 a_4 a_4 \dots a_{2k} a_{2k}$
(e)	$\$0[] A_1[] A_1[] A_2[] A_2[] A_3[]$	$a_3 a_3 a_4 a_4 \dots a_{2k} a_{2k}$
(f)	$\$0[] A_1[] A_1[] A_2[] A_3[\gamma]$	$a_3 a_4 a_4 \dots a_{2k} a_{2k}$
(g)	$\$0[] A_1[] A_1[] A_3[\gamma\gamma]$	$a_4 a_4 \dots a_{2k} a_{2k}$
(c)	$\$0[] A_1[] A_1[] A_4[\gamma\gamma]$	$a_4 a_4 \dots a_{2k} a_{2k}$
(d)	$\$0[] A_1[] A_1[] A_4[] A_4[\gamma]$	$a_4 \dots a_{2k} a_{2k}$
(d)	$\$0[] A_1[] A_1[] A_4[] A_4[] A_4[]$	$\dots a_{2k} a_{2k}$
	\vdots	
(g)	$\$0[] A_1[] A_1[] A_{2k-1}[\gamma\gamma]$	$a_{2k} a_{2k}$
(c)	$\$0[] A_1[] A_1[] A_{2k}[\gamma\gamma]$	$a_{2k} a_{2k}$
(h)	$\$0[] A_1[] A_{2k}[\gamma]$	a_{2k}
(h)	$\$0[] A_{2k}[]$	

Tabla 9.17: derivación de la cadena $a_1^2 \dots a_{2k}^2$ en N-LIA

\rightarrow para indicar que no se ha realizado modificación alguna sobre una pila de índices.

\searrow para indicar que se ha extraído el índice de la cima.

Estas marcas de acción dirigirán, durante el modo **e**, las operaciones que las transiciones POP pueden aplicar sobre las pilas de índices. Puesto que las transiciones PUSH escriben las marcas en el modo **w**, denominaremos \otimes **WRITE** a dichas transiciones. Las transiciones POP son las encargadas de borrar las marcas en el modo **e**, por lo que recibirán el nombre de transiciones \otimes **ERASE**, donde $\otimes \in \{\models^{\mathbf{w}}, \models^{\mathbf{e}}, \nearrow, \rightarrow, \searrow\}$.

Una configuración (m, Υ, w) del autómata vendrá determinada por el modo m en que se encuentre, el contenido Υ de la pila y la parte w de la cadena de entrada que resta por leer.

Observamos que en la nueva clase de autómatas que acabamos de formular, los movimientos que se pueden realizar en un momento dado están restringidos en gran medida por movimientos realizados en algún momento anterior. Es por ello que recibirán el nombre de *autómatas lineales de índices fuertemente dirigidos* (*Strongly-Driven Linear Indexed Automata*, SD-LIA). Formalmente, definiremos un autómata lineal de índices fuertemente dirigido como una tupla $(V_T, V_S, \$0, \$f, V_I, \mathcal{D}, \mathcal{T})$, donde:

- V_T es un conjunto finito de símbolos terminales.
- V_S es un conjunto finito de símbolos de pila.
- $\$0 \in V_S$ es el símbolo inicial de la pila.

- $\$f \in V_S$ es el símbolo final de pila.
- V_I es un conjunto finito de índices.
- $\mathcal{D} = \{\models^{\mathbf{w}}, \models^{\mathbf{e}}, \nearrow, \rightarrow, \searrow\}$ es el conjunto de marcas de acción.
- \mathcal{T} es un conjunto finito de transiciones de los siguientes tipos:

SWAP1 : Transiciones de la forma $C[\circ\circ] \xrightarrow{a} m F[\circ\circ]$. El resultado de aplicar una transición de este tipo a una configuración $(m, \Upsilon C, aw)$ es una configuración $(m, \Upsilon F, w)$.

SWAP2 : Transiciones de la forma $C[\] \xrightarrow{a} \mathbf{e} F[\]$. El resultado de aplicar una transición de este tipo a una configuración $(\mathbf{w}, \Upsilon C[\], aw)$ es una configuración $(\mathbf{e}, \Upsilon F[\], w)$. Observamos que este tipo de transiciones permite cambiar de modo de escritura a modo de borrado, pero no a la inversa.

\models **WRITE** : Transiciones de la forma $C[\circ\circ] \xrightarrow{\mathbf{w}} C[\circ\circ] \models^m F[\]$ que al ser aplicadas a una configuración $(m, \Upsilon C[\alpha], w)$ producen una configuración $(\mathbf{w}, \Upsilon C[\alpha] \models^m F[\], w)$. Este tipo de transiciones permite iniciar un nuevo modo de escritura.

\rightarrow **WRITE** : Transiciones de la forma $C[\circ\circ] \xrightarrow{\mathbf{w}} \mathbf{w} C[\] \rightarrow F[\circ\circ]$ que al ser aplicadas a una configuración $(\mathbf{w}, \Upsilon C[\alpha], w)$ derivan una configuración $(\mathbf{w}, \Upsilon C[\] \rightarrow F[\alpha])$.

\nearrow **WRITE** : Transiciones de la forma $C[\circ\circ] \xrightarrow{\mathbf{w}} \mathbf{w} C[\] \nearrow F[\circ\circ\gamma']$ que al ser aplicadas a una configuración $(\mathbf{w}, \Upsilon C[\alpha], w)$ producen una configuración $(\mathbf{w}, \Upsilon C[\] \nearrow F[\alpha\gamma'])$.

\searrow **WRITE** : Transiciones de la forma $C[\circ\circ\gamma] \xrightarrow{\mathbf{w}} \mathbf{w} C[\] \searrow F[\circ\circ]$ que al ser aplicadas a una configuración $(\mathbf{w}, \Upsilon C[\alpha\gamma], w)$ producen una configuración $(\mathbf{w}, \Upsilon C[\] \searrow F[\alpha])$.

\models **ERASE** : Transiciones de la forma $C[\circ\circ] \models^m F[\] \xrightarrow{\mathbf{e}} m G[\circ\circ]$ que al ser aplicadas a una configuración $(\mathbf{e}, \Upsilon C[\alpha] \models^m F[\])$ derivan una configuración $(m, \Upsilon G[\alpha], w)$. Este tipo de transiciones permite volver al modo en que se encontraba el autómata antes de aplicar una transición \models **WRITE**.

\rightarrow **ERASE** : Transiciones de la forma $C[\] \rightarrow F[\circ\circ] \xrightarrow{\mathbf{e}} \mathbf{e} G[\circ\circ]$ que al ser aplicadas a una configuración $(\mathbf{e}, \Upsilon C[\] \rightarrow F[\alpha], w)$ producen una configuración $(\mathbf{e}, \Upsilon G[\alpha], w)$.

\nearrow **ERASE** : Transiciones de la forma $C[\] \nearrow F[\circ\circ\eta'] \xrightarrow{\mathbf{e}} \mathbf{e} G[\circ\circ]$ que al ser aplicadas a una transición $(\mathbf{e}, \Upsilon C[\] \nearrow F[\beta\eta'])$ producen una configuración de la forma $(\mathbf{e}, \Upsilon G[\beta], w)$.

\searrow **ERASE** : Transiciones de la forma $C[\] \searrow F[\circ\circ] \xrightarrow{\mathbf{e}} \mathbf{e} G[\circ\circ\eta]$ que al ser aplicadas a una configuración $(\mathbf{w}, \Upsilon C[\] \searrow F[\beta], w)$ derivan una configuración $(\mathbf{e}, \Upsilon G[\beta\eta], w)$.

Una *configuración* de un autómata lineal de índices fuertemente dirigido es un triple (m, Υ, w) , donde $m \in \{\mathbf{w}, \mathbf{e}\}$, $\Upsilon \in (\mathcal{D} V_S[V_I^*])^*$ y $w \in V_T^*$, tal que m es el modo en que se encuentra el autómata, Υ es el contenido de la pila del autómata y w representa la parte de la cadena de entrada que resta por leer. Una configuración (m, Υ_1, aw) deriva una configuración (m', Υ_2, w) , denotado mediante $(m, \Upsilon_1, aw) \vdash (m', \Upsilon_2, w)$ si y sólo si existe una transición que aplicada en modo m transforma la pila Υ_1 en la pila Υ_2 leyendo $a \in V_T \cup \{\epsilon\}$ de la cadena de entrada mientras el autómata pasa a modo m' . En caso de ser necesario identificar una derivación d concreta, utilizaremos la notación \vdash_d . Denotamos por \vdash^* el cierre reflexivo y transitivo de \vdash . Decimos que una cadena de entrada w es aceptada por un autómata lineal de índices fuertemente dirigido si

$$(\mathbf{w}, \models^{\mathbf{w}} \$_0[\], w) \vdash^* (\mathbf{e}, \models^{\mathbf{w}} \$_0[\] \models^{\mathbf{w}} \$f[\], \epsilon)$$

El lenguaje aceptado por un SD-LIA es el conjunto

$$\{w \in V_T^* \mid (\mathbf{w}, \models^{\mathbf{w}} \$_0[\], w) \vdash^* (\mathbf{e}, \models^{\mathbf{w}} \$_0[\] \models^{\mathbf{w}} \$f[\], \epsilon)\}$$

9.4.1. Esquemas de compilación de gramáticas lineales de índices

Definiremos un esquema de compilación genérico de LIG en SD-LIA en el cual la información predicha en la fase de llamada y la información propagada en la fase de retorno está parametrizada en función de:

- \vec{A} , que se refiere a la predicción realizada sobre el no-terminal A durante la fase descendente de la estrategia de análisis.
- $\vec{\gamma}$, que se refiere a la predicción realizada sobre el índice γ .
- \overleftarrow{A} , que se refiere a la propagación de información respecto al no-terminal A durante la fase ascendente de la estrategia de análisis.
- $\overleftarrow{\gamma}$, que se refiere a la propagación de información respecto al índice γ .

Esquema de compilación 9.11 El esquema de compilación genérico de una gramática lineal de índices en un autómata lineal de índices fuertemente dirigido queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 9.18 y por los elementos inicial $\$_0[]$ y final $\overleftarrow{S}[]$. §

El esquema de compilación genérico se puede convertir en esquemas de compilación que incorporan estrategias específicas. En la tabla 9.19 se muestran los valores que toman los diferentes parámetros para las estrategias de análisis de LIG más comunes. En dicha tabla, \square indica un símbolo de pila especial que no aparece inicialmente en V_S y \diamond indica un índice especial que no aparece inicialmente en V_I . A este respecto, debemos señalar una diferencia significativa entre SD-LIA y R-LIA, pues mientras los esquemas de compilación de LIG en R-LIA predecían una pila vacía en la fase de llamada, los esquemas de compilación *-ascendentes de LIG en SD-LIA construirán durante la fase de llamada pilas de índices compuestas por elementos \diamond con lo cual, aunque no se predice el contenido de la pila, se indica la altura que debería tener la pila de haber realizado la predicción. Análogamente, los esquemas de compilación *-descendentes de LIG en SD-LIA propagan pilas de índices constituidas por una serie de \diamond , en lugar de una pila de índices vacía, tal y como sucedía en el caso de los esquemas de compilación de LIG en L-LIA.

9.4.2. Esquemas de compilación de gramáticas de adjunción de árboles

Definiremos en primer lugar un esquema genérico de compilación de TAG en SD-LIA, en el cual el flujo de información está parametrizado en función de

- $\overrightarrow{N_{r,s}^\gamma}$, la información predicha acerca del nodo $N_{r,s}^\gamma$.
- $\overleftarrow{N_{r,s}^\gamma}$, la información propagada acerca del nodo $N_{r,s}^\gamma$.

y en el que las pilas de índices almacenan la pila de adjunciones pendientes en un determinado nodo de un árbol elemental.

Esquema de compilación 9.12 El esquema de compilación genérico de una gramática de adjunción de árboles en un autómata lineal de índices fuertemente dirigido queda definido por el conjunto de reglas mostrado en la tabla 9.20 y los elementos inicial $\$_0[]$ y final $\overleftarrow{\top}^\alpha[]$, con $\alpha \in I$.

[INIT] $\$_0[\circ\circ] \mathbf{w} \longrightarrow \mathbf{w} \ \$_0[\circ\circ] \models^{\mathbf{w}} \nabla_{0,0}[\]$

[CALL] $\nabla_{r,s}[\circ\circ] \mathbf{m} \longrightarrow \mathbf{w} \ \nabla_{r,s}[\circ\circ] \models^{\mathbf{m}} \overrightarrow{A_{r,s+1}}[\] \quad A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$

[SCALL-1] $\nabla_{r,s}[\circ\circ] \mathbf{w} \longrightarrow \mathbf{w} \ \nabla_{r,s}[\] \rightarrow \overrightarrow{A_{r,s+1}}[\circ\circ] \quad A_{r,0}[\circ\circ] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ] \Upsilon_2$

[SCALL-2] $\nabla_{r,s}[\circ\circ] \mathbf{w} \longrightarrow \mathbf{w} \ \nabla_{r,s}[\] \nearrow \overrightarrow{A_{r,s+1}}[\circ\circ\overleftarrow{\gamma}] \quad A_{r,0}[\circ\circ] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\overleftarrow{\gamma}] \Upsilon_2$

[SCALL-3] $\nabla_{r,s}[\circ\circ\overleftarrow{\gamma}] \mathbf{w} \longrightarrow \mathbf{w} \ \nabla_{r,s}[\] \searrow \overrightarrow{A_{r,s+1}}[\circ\circ] \quad A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ] \Upsilon_2$

[SEL] $\overrightarrow{A_{r,0}}[\circ\circ] \mathbf{w} \longrightarrow \mathbf{w} \ \nabla_{r,0}[\circ\circ] \quad r \neq 0$

[PUB] $\nabla_{r,n_r}[\circ\circ] \mathbf{e} \longrightarrow \mathbf{e} \ \overleftarrow{A_{r,0}}[\circ\circ]$

[RET] $\nabla_{r,s}[\circ\circ] \models^{\mathbf{m}} \overleftarrow{A_{r,s+1}}[\] \ \mathbf{e} \longrightarrow \mathbf{m} \ \nabla_{r,s+1}[\circ\circ] \quad A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\] \Upsilon_2$

[SRET-1] $\nabla_{r,s}[\] \rightarrow \overleftarrow{A_{r,s+1}}[\circ\circ] \ \mathbf{e} \longrightarrow \mathbf{e} \ \nabla_{r,s+1}[\circ\circ] \quad A_{r,0}[\circ\circ] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ] \Upsilon_2$

[SRET-2] $\nabla_{r,s}[\] \nearrow \overleftarrow{A_{r,s+1}}[\circ\circ\overleftarrow{\gamma}] \ \mathbf{e} \longrightarrow \mathbf{e} \ \nabla_{r,s+1}[\circ\circ] \quad A_{r,0}[\circ\circ] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ\overleftarrow{\gamma}] \Upsilon_2$

[SRET-3] $\nabla_{r,s}[\] \searrow \overleftarrow{A_{r,s+1}}[\circ\circ] \ \mathbf{e} \longrightarrow \mathbf{e} \ \nabla_{r,s+1}[\circ\circ\overleftarrow{\gamma}] \quad A_{r,0}[\circ\circ\gamma] \rightarrow \Upsilon_1 A_{r,s+1}[\circ\circ] \Upsilon_2$

[SCAN] $\overrightarrow{A_{r,0}}[\] \ \mathbf{w} \xrightarrow{\mathbf{a}} \mathbf{e} \ \overleftarrow{A_{r,0}}[\] \quad A_{r,0}[\] \rightarrow \mathbf{a}$

Tabla 9.18: Reglas del esquema de compilación genérico de LIG en SD-LIA

estrategia-CF	estrategia-índices	$\overrightarrow{A_{r,s+1}}$	$\overleftarrow{\gamma}$	$\overleftarrow{A_{r,s+1}}$	$\overleftarrow{\gamma}$
Ascendente	ascendente	\square	\diamond	$A_{r,s+1}$	γ
Earley		$\overline{A_{r,s+1}}$	\diamond	$\overline{\overline{A_{r,s+1}}}$	γ
Descendente		$A_{r,s+1}$	\diamond	\square	γ
Ascendente	Earley	\square	γ	$A_{r,s+1}$	γ
Earley		$\overline{A_{r,s+1}}$	γ	$\overline{\overline{A_{r,s+1}}}$	γ
Descendente		$A_{r,s+1}$	γ	\square	γ
Ascendente	descendente	\square	γ	$A_{r,s+1}$	\diamond
Earley		$\overline{A_{r,s+1}}$	γ	$\overline{\overline{A_{r,s+1}}}$	\diamond
Descendente		$A_{r,s+1}$	γ	\square	\diamond

Tabla 9.19: Parámetros del esquema de compilación genérico de LIG en SD-LIA

En este esquema de análisis sintáctico el cambio de modo de escritura a modo de borrado no se produce tan solo en las transiciones producidas por la regla de compilación [SCAN] sino también en las transiciones producidas por la regla de compilación [PUB2]. Ello se debe a que en las producciones de los árboles iniciales no son aplicables las reglas [SCALL] y [SRET], por lo cual todo cambio de modo realizado por una regla [SCAN] es eliminado por una regla [RET]. §

El esquema de compilación genérico puede convertirse en esquemas de compilación para diferentes estrategias de análisis según los valores que tomen los parámetros, tal y como se indica en la tabla 9.21. Una diferencia importante con respecto a los esquemas de compilación de TAG en R-LIA es que mientras en estos últimos se predecían pilas de adjunciones vacías en la fase descendente de la estrategia, en los esquemas de compilación *-ascendentes de TAG en SD-LIA se predecirán pilas de \diamond , cada uno de los cuales representa la realización de una adjunción en un nodo desconocido. Análogamente, en los esquemas de compilación *-descendentes, se propagarán pilas de \diamond , mientras que en los esquemas de compilación de TAG en L-LIA se propagaban pilas de índices vacías.

9.4.3. SD-LIA y los lenguajes de adjunción de árboles

En esta sección trataremos de demostrar la equivalencia entre los autómatas lineales de índices fuertemente dirigidos y los lenguajes de adjunción de árboles. Para ello enunciaremos y demostraremos los dos teoremas siguientes.

Teorema 9.3 *Los lenguajes adjunción de árboles son un subconjunto de los lenguajes aceptados por la clase de los autómatas lineales de índices fuertemente dirigidos.*

Demostración:

Por el esquema de compilación de TAG en SD-LIA presentado anteriormente, a partir de cualquier gramática de adjunción de árboles es posible construir un SD-LIA que acepta el lenguaje reconocido por dicha gramática. Análogamente, por el esquema de compilación de LIG en SD-LIA, a partir de cualquier gramática lineal de índices es posible construir un SD-LIA que acepta el lenguaje reconocido por dicha gramática. □

Teorema 9.4 *La clase de los lenguajes aceptados por los SD-LIA es un subconjunto de los lenguajes de adjunción de árboles.*

Demostración:

Mostraremos que para todo SD-LIA existe una gramática lineal de índices tal que el lenguaje reconocido por la gramática coincide con el lenguaje aceptado por el autómata.

Sea $\mathcal{A} = (V_T, V_S, \$_0, \$_f, V_I, \mathcal{D}, \mathcal{T})$ un autómata lineal de índices fuertemente dirigido. Construiremos una gramática lineal de índices $\mathcal{L} = (V_T, V_N, V_I', S, P)$. El conjunto V_N de no-terminales estará formado por pares $\langle E, B \rangle$ tal que $A, B \in V_S^{\mathcal{D}}$, donde $V_S^{\mathcal{D}} = \{E^m \mid E \in V_S, m \in \mathcal{D}\}$. El conjunto V_I' estará formado por pares $\langle \gamma, \eta \rangle$ tal que $\gamma, \eta \in V_I$. Para que \mathcal{L} reconozca el lenguaje aceptado por \mathcal{A} el conjunto de producciones en P ha de construirse a partir de las transiciones en \mathcal{T} de la siguiente manera:

- Para toda transición $C[\circ\circ] m \xrightarrow{a} m F[\circ\circ]$ y para todo $E^{m'} \in V_S^{\mathcal{D}}$ tal que $m' \leq m$ creamos una producción

$$\langle E^{m'}, F^m \rangle[\circ\circ] \rightarrow \langle E^{m'}, C^m \rangle[\circ\circ] a$$

[INIT]	$\$0[\circ\circ] \mathbf{w} \longrightarrow \mathbf{w} \$0[\circ\circ] \models^{\mathbf{w}} \nabla_{0,0}^\alpha[\]$	$\alpha \in I$
[CALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] m \longrightarrow \mathbf{w} \nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \models^m \overrightarrow{N_{r,s+1}^\gamma}[\]$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mathbf{w} \longrightarrow \mathbf{w} \nabla_{r,s}^\gamma[\] \rightarrow \overrightarrow{N_{r,s+1}^\gamma}[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SEL]	$\overrightarrow{N_{r,0}^\gamma}[\circ\circ] \mathbf{w} \longrightarrow \mathbf{w} \nabla_{r,0}^\gamma[\circ\circ]$	$r \neq 0$
[PUB1]	$\nabla_{r,n_r}^\gamma[\circ\circ] \mathbf{e} \longrightarrow \mathbf{e} \overleftarrow{N_{r,0}^\gamma}[\circ\circ]$	
[PUB2]	$\nabla_{r,n_r}^\gamma[\] \mathbf{w} \longrightarrow \mathbf{e} \overleftarrow{N_{r,0}^\gamma}[\]$	
[RET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \models^m \overleftarrow{N_{r,s+1}^\gamma}[\] \mathbf{e} \longrightarrow m \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \notin \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SRET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\] \rightarrow \overleftarrow{N_{r,s+1}^\gamma}[\circ\circ] \mathbf{e} \longrightarrow \mathbf{e} \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$N_{r,s+1}^\gamma \in \text{espina}(\gamma), \mathbf{nil} \in \text{adj}(N_{r,s+1})$
[SCAN]	$\overrightarrow{N_{r,0}^\gamma}[\] \mathbf{w} \xrightarrow{a} \mathbf{e} \overleftarrow{N_{r,0}^\gamma}[\]$	$N_{r,0}^\gamma[\] \rightarrow a$
[ACALL]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\circ\circ] \mathbf{w} \longrightarrow \mathbf{w} \nabla_{r,s}^\gamma[\] \nearrow \overrightarrow{\top^\beta}[\circ\circ \overrightarrow{N_{r,s+1}^\gamma}]$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[ARET]	$\nabla_{r,s}^\gamma[\] \nearrow \overleftarrow{\top^\beta}[\circ\circ \overleftarrow{N_{r,s+1}^\gamma}] \mathbf{e} \longrightarrow \mathbf{e} \nabla_{r,s+1}^\gamma[\circ\circ]$	$\beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FCALL]	$\nabla_{f,0}^\beta[\circ\circ \overrightarrow{N_{r,s+1}^\gamma}] \mathbf{w} \longrightarrow \mathbf{w} \nabla_{f,0}^\beta[\] \searrow \overrightarrow{N_{r,s+1}^\gamma}[\circ\circ]$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta, \beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$
[FRET]	$\nabla_{f,0}^\beta[\] \searrow \overleftarrow{N_{r,s+1}^\gamma}[\circ\circ] \mathbf{e} \longrightarrow \mathbf{e} \nabla_{f,1}^\beta[\circ\circ \overleftarrow{N_{r,s+1}^\gamma}]$	$N_{f,0}^\beta = \mathbf{F}^\beta, \beta \in \text{adj}(N_{r,s+1}^\gamma)$

Tabla 9.20: Reglas del esquema de compilación genérico de TAG en SD-LIA

Estrategia-CF	Estrategia-adjunción	$\overrightarrow{N_{r,s+1}^\gamma}$	$\circ\circ \overrightarrow{N_{r,s+1}^\gamma}$	$\overleftarrow{N_{r,s+1}^\gamma}$	$\circ\circ \overleftarrow{N_{r,s+1}^\gamma}$
Ascendente	ascendente	\square	$\circ\circ \diamond$	$N_{r,s+1}^\gamma$	$\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma$
Earley		$\overline{N_{r,s+1}^\gamma}$	$\circ\circ \diamond$	$\overline{\overline{N_{r,s+1}^\gamma}}$	$\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma$
Descendente		$N_{r,s+1}^\gamma$	$\circ\circ \diamond$	\square	$\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma$
Ascendente	Earley	\square	$\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma$	$N_{r,s+1}^\gamma$	$\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma$
Earley		$\overline{N_{r,s+1}^\gamma}$	$\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma$	$\overline{\overline{N_{r,s+1}^\gamma}}$	$\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma$
Descendente		$N_{r,s+1}^\gamma$	$\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma$	\square	$\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma$
Ascendente	descendente	\square	$\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma$	$N_{r,s+1}^\gamma$	$\circ\circ \diamond$
Earley		$\overline{N_{r,s+1}^\gamma}$	$\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma$	$\overline{\overline{N_{r,s+1}^\gamma}}$	$\circ\circ \diamond$
Descendente		$N_{r,s+1}^\gamma$	$\circ\circ N_{r,s+1}^\gamma$	\square	$\circ\circ \diamond$

Tabla 9.21: Parámetros del esquema de compilación genérico de TAG en SD-LIA

- Para toda transición $C[] \mathbf{w} \xrightarrow{a} \mathbf{e} F[]$ y para todo $E^{\mathbf{W}} \in V_S^{\mathcal{D}}$ creamos la producción

$$\langle E^{\mathbf{W}}, F^{\mathbf{e}} \rangle [] \rightarrow \langle E^{\mathbf{W}}, C^{\mathbf{W}} \rangle [] a$$

- Para todo par de transiciones $C[\circ\circ] \models^m F[] \mathbf{e} \xrightarrow{m} G[\circ\circ]$ y $C[\circ\circ] m \xrightarrow{\mathbf{w}} C[\circ\circ] \models^m F'[]$, y para todo $E^{m''} \in V_S^{\mathcal{D}}$ tal que $m'' \leq m$ creamos una producción

$$\langle E^{m''}, G^m \rangle [\circ\circ] \rightarrow \langle E^{m''}, C^m \rangle [\circ\circ] \langle F'^{\mathbf{w}}, F^{\mathbf{e}} \rangle []$$

- Para todo par de transiciones $C[] \rightarrow F[\circ\circ] \mathbf{e} \xrightarrow{\mathbf{e}} G[\circ\circ]$ y $C[\circ\circ] \mathbf{w} \xrightarrow{\mathbf{w}} C[] \rightarrow F'[\circ\circ]$, y para todo $E^{\mathbf{W}} \in V_S^{\mathcal{D}}$ creamos una producción

$$\langle E^{\mathbf{W}}, G^{\mathbf{e}} \rangle [\circ\circ] \rightarrow \langle E^{\mathbf{W}}, C^{\mathbf{W}} \rangle [] \langle F'^{\mathbf{w}}, F^{\mathbf{e}} \rangle [\circ\circ]$$

- Para todo par de transiciones $C[] \nearrow F[\circ\circ\eta'] \mathbf{e} \xrightarrow{\mathbf{e}} G[\circ\circ]$ y $C[\circ\circ] \mathbf{w} \xrightarrow{\mathbf{w}} C[] \nearrow F'[\circ\circ\eta']$, y para todo $E^{\mathbf{W}} \in V_S^{\mathcal{D}}$ creamos una producción

$$\langle E^{\mathbf{W}}, G^{\mathbf{e}} \rangle [\circ\circ] \rightarrow \langle E^{\mathbf{W}}, C^{\mathbf{W}} \rangle [] \langle F'^{\mathbf{w}}, F^{\mathbf{e}} \rangle [\circ\circ\langle \eta', \eta' \rangle]$$

- Para todo par de transiciones $C[] \searrow F[\circ\circ] \mathbf{e} \xrightarrow{\mathbf{e}} G[\circ\circ\eta]$ y $C[\circ\circ\eta] \mathbf{w} \xrightarrow{\mathbf{w}} C[] \searrow F'[\circ\circ]$, y para todo $E^{\mathbf{W}} \in V_S^{\mathcal{D}}$ creamos una producción

$$\langle E^{\mathbf{W}}, G^{\mathbf{e}} \rangle [\circ\circ\langle \eta, \eta \rangle] \rightarrow \langle E^{\mathbf{W}}, C^{\mathbf{W}} \rangle [] \langle F'^{\mathbf{w}}, F^{\mathbf{e}} \rangle [\circ\circ]$$

- Para todo $E^m \in V_S^{\mathcal{D}}$ creamos una producción

$$\langle E^m, E^m \rangle [] \rightarrow \epsilon$$

- Para toda transición $\$0[\circ\circ] \mathbf{w} \xrightarrow{\mathbf{w}} \$0[\circ\circ] \models^{\mathbf{W}} F[]$, donde $F \in V_S - \{\$0\}$, creamos una producción

$$\langle \$0^{\mathbf{W}}, \$0^{\mathbf{W}} \rangle [\circ\circ] \rightarrow \langle F^{\mathbf{W}}, \$f^{\mathbf{e}} \rangle [\circ\circ]$$

Con respecto al axioma de la gramática, tenemos que $S = \langle \$0^{\mathbf{W}}, \$0^{\mathbf{W}} \rangle$.

Para realizar la demostración, consideraremos tres casos diferentes de derivación, tratando cada uno de los mismos por separado.

Caso 1. Existe una derivación en el autómata $(\mathbf{w}, E[\alpha_1], w) \vdash^* (\mathbf{w}, C[\alpha_1], \epsilon)$ para algún $\alpha_1 \in V_I^*$, en la que sólo se han aplicado transiciones de tipo **SWAP1**, si y sólo si existe una derivación en la gramática $\langle E^{\mathbf{W}}, C^{\mathbf{W}} \rangle [] \xrightarrow{*} w$. La demostración se realiza por inducción. El caso base lo constituyen los dos casos siguientes:

- Si $(\mathbf{w}, E[\alpha_1], \epsilon) \vdash^0 (\mathbf{w}, E[\alpha_1], \epsilon)$ entonces existe una producción $\langle E^{\mathbf{W}}, E^{\mathbf{W}} \rangle [] \rightarrow \epsilon$, por lo que $\langle E^{\mathbf{W}}, E^{\mathbf{W}} \rangle [] \xrightarrow{*} \epsilon$.
- Si $\langle E^{\mathbf{W}}, E^{\mathbf{W}} \rangle [] \rightarrow \epsilon$ entonces existe una derivación $(\mathbf{w}, E[\alpha_1], \epsilon) \vdash^0 (\mathbf{w}, E[\alpha_1], \epsilon)$ en el autómata.

Por hipótesis de inducción suponemos que se cumple para toda derivación de longitud inferior a s . El paso de inducción contempla los dos casos siguientes:

- Si $(\mathbf{w}, E[\alpha_1], wa) \vdash^s (\mathbf{w}, C[\alpha_1], a) \vdash^s (\mathbf{w}, F[\alpha_1], \epsilon)$, entonces existe una producción $\langle E^{\mathbf{W}}, F^{\mathbf{W}} \rangle [\circ\circ] \rightarrow \langle E^{\mathbf{W}}, C^{\mathbf{W}} \rangle [\circ\circ] a$, por hipótesis de inducción tenemos que $\langle E^{\mathbf{W}}, C^{\mathbf{W}} \rangle [] \xrightarrow{*} w$, por lo que $\langle E^{\mathbf{W}}, F^{\mathbf{W}} \rangle [] \xrightarrow{*} wa$.
- Si $\langle E^{\mathbf{W}}, F^{\mathbf{W}} \rangle [] \Rightarrow \langle E^{\mathbf{W}}, C^{\mathbf{W}} \rangle [] a \xrightarrow{s} wa$, entonces existe una transición $C[\circ\circ] \mathbf{w} \xrightarrow{a} \mathbf{w} F[\circ\circ]$, por hipótesis de inducción $(\mathbf{w}, E[\alpha_1], w) \vdash^s (\mathbf{w}, C[\alpha_1], \epsilon)$ para algún α_1 y en consecuencia $(\mathbf{w}, E[\alpha_1], wa) \vdash^s (\mathbf{w}, F[\alpha_1], \epsilon)$.

Caso 2. Existe una derivación del autómata

$$\begin{aligned}
(\mathbf{w}, \Upsilon E[\alpha_1], w_1 w_2) &\vdash^* (\mathbf{w}, \Upsilon C[\alpha_1], w_2) \\
&\vdash (\mathbf{w}, \Upsilon C[\alpha_1] \models^{\mathbf{W}} F'[\], w_2) \\
&\vdash^* (\mathbf{e}, \Upsilon C[\alpha_1] \models^{\mathbf{W}} F[\], \epsilon) \\
&\vdash (\mathbf{w}, \Upsilon G[\alpha_1], \epsilon)
\end{aligned}$$

si y sólo si $\langle E^{\mathbf{W}}, G^{\mathbf{W}} \rangle[\] \xrightarrow{*} w_1 w_2$. La demostración se obtiene inmediatamente a partir del caso anterior y de la existencia de una producción $\langle E^{\mathbf{W}}, G^{\mathbf{W}} \rangle[\circ\circ] \rightarrow \langle E^{\mathbf{W}}, C^{\mathbf{W}} \rangle[\circ\circ] \langle F'^{\mathbf{W}}, F^{\mathbf{e}} \rangle[\]$.

Caso 3. El caso principal de esta demostración establece que $\langle E^{\mathbf{W}}, C^{\mathbf{e}} \rangle[\alpha] \xrightarrow{*} w$ si y sólo si $(\mathbf{w}, E[\delta], w) \vdash^* (\mathbf{e}, C[\beta], \epsilon)$ y se cumple que $\delta = \gamma_1 \gamma_2 \dots \gamma_p$, $\beta = \eta_1 \eta_2 \dots \eta_p$ y $\alpha = \langle \gamma_1, \eta_1 \rangle \langle \gamma_2, \eta_2 \rangle \dots \langle \gamma_p, \eta_p \rangle$, esto es, δ es la pila obtenida como resultado de la proyección del primer componente de los elementos almacenados en α mientras que β es la pila obtenida como resultado de la proyección del segundo componente de los elementos almacenados en la pila de índices α .

Tratamos a continuación de demostrar cada una de las direcciones de la implicación:

- Si una derivación $(\mathbf{w}, E[\delta], w) \vdash^* (\mathbf{e}, C[\beta], \epsilon)$ es el resultado de aplicar la secuencia t_1, \dots, t_s de transiciones en \mathcal{T} , entonces existe una secuencia p_1, \dots, p'_s de producciones en P tal que la derivación $\langle E^{\mathbf{W}}, C^{\mathbf{e}} \rangle[\alpha] \xrightarrow{*} w$ resultado de aplicar p_1, \dots, p'_s reconoce w . La demostración se realiza por inducción en la longitud de la derivación del autómata. El caso base lo constituye la derivación $(\mathbf{w}, E[\], \epsilon) \vdash (\mathbf{e}, C[\], \epsilon)$, para la que existe la producción $\langle E^{\mathbf{W}}, C^{\mathbf{e}} \rangle[\] \rightarrow \langle E^{\mathbf{W}}, E^{\mathbf{W}} \rangle[\] a$ y la producción $\langle E^{\mathbf{W}}, E^{\mathbf{W}} \rangle[\] \rightarrow \epsilon$, por lo que $\langle E^{\mathbf{W}}, C^{\mathbf{e}} \rangle[\] \xrightarrow{*} a$.

Por hipótesis de inducción suponemos que la proposición se cumple para cualquier derivación del autómata de longitud s . En tal caso, durante el paso de inducción verificamos que se cumple para cualquier posible derivación de longitud mayor que s :

- Si $(\mathbf{w}, E[\delta], wa) \vdash^s (\mathbf{e}, C[\beta], a) \vdash (\mathbf{e}, F[\beta], \epsilon)$, existe una producción $\langle E^{\mathbf{W}}, F^{\mathbf{e}} \rangle[\circ\circ] \rightarrow \langle E^{\mathbf{W}}, C^{\mathbf{e}} \rangle[\circ\circ] a$, por hipótesis de inducción se cumple que $\langle E^{\mathbf{W}}, C^{\mathbf{e}} \rangle[\alpha] \xrightarrow{*} w$, y en consecuencia $\langle E^{\mathbf{W}}, F^{\mathbf{e}} \rangle[\alpha] \xrightarrow{*} wa$.
- Si $(\mathbf{w}, E[\delta], w_1 w_2) \vdash^s (\mathbf{e}, C[\beta], w_2) \vdash (\mathbf{w}, C[\beta] \models^{\mathbf{e}} F'[\], w_2) \vdash^s (\mathbf{e}, C[\beta] \models^{\mathbf{e}} F[\], \epsilon) \vdash (\mathbf{e}, G[\beta], \epsilon)$, existe una producción $\langle E^{\mathbf{W}}, G^{\mathbf{e}} \rangle[\circ\circ] \rightarrow \langle E^{\mathbf{W}}, C^{\mathbf{e}} \rangle[\circ\circ] \langle F'^{\mathbf{W}}, F^{\mathbf{e}} \rangle[\]$, por hipótesis de inducción se cumple que $\langle E^{\mathbf{W}}, C^{\mathbf{e}} \rangle[\alpha] \xrightarrow{*} w_1$ y $\langle F'^{\mathbf{W}}, F^{\mathbf{e}} \rangle[\] \xrightarrow{*} w_2$, y en consecuencia $\langle E^{\mathbf{W}}, G^{\mathbf{e}} \rangle[\alpha] \xrightarrow{*} w_1 w_2$.
- Si $(\mathbf{w}, E[\delta], w_1 w_2) \vdash^s (\mathbf{w}, C[\delta], w_2) \vdash (\mathbf{w}, C[\] \rightarrow F'[\beta], w_2) \vdash^s (\mathbf{e}, C[\] \rightarrow F[\beta], \epsilon) \vdash (\mathbf{e}, G[\beta], \epsilon)$, existe una producción $\langle E^{\mathbf{W}}, G^{\mathbf{e}} \rangle[\circ\circ] \rightarrow \langle E^{\mathbf{W}}, C^{\mathbf{W}} \rangle[\] \langle F'^{\mathbf{W}}, F^{\mathbf{e}} \rangle[\circ\circ]$, por los casos 1 y 2 se cumple que $\langle E^{\mathbf{W}}, C^{\mathbf{W}} \rangle[\] \xrightarrow{*} w_1$ y $\langle F'^{\mathbf{W}}, F^{\mathbf{e}} \rangle[\] \xrightarrow{*} w_2$, y en consecuencia $\langle E^{\mathbf{W}}, G^{\mathbf{e}} \rangle[\alpha] \xrightarrow{*} w_1 w_2$.
- Si $(\mathbf{w}, E[\delta], w_1 w_2) \vdash^s (\mathbf{w}, C[\delta], w_2) \vdash (\mathbf{w}, C[\] \nearrow F'[\beta\gamma'], w_2) \vdash^s (\mathbf{e}, C[\] \nearrow F[\beta\eta'], \epsilon) \vdash (\mathbf{e}, G[\beta], \epsilon)$, existe una producción $\langle E^{\mathbf{W}}, G^{\mathbf{e}} \rangle[\circ\circ] \rightarrow \langle E^{\mathbf{W}}, C^{\mathbf{W}} \rangle[\] \langle F'^{\mathbf{W}}, F^{\mathbf{e}} \rangle[\circ\circ \langle \gamma', \eta' \rangle]$, por los casos 1 y 2 se cumple que $\langle E^{\mathbf{W}}, C^{\mathbf{W}} \rangle[\] \xrightarrow{*} w_1$ y $\langle F'^{\mathbf{W}}, F^{\mathbf{e}} \rangle[\alpha \langle \gamma', \eta' \rangle] \xrightarrow{*} w_2$, y en consecuencia $\langle E^{\mathbf{W}}, G^{\mathbf{e}} \rangle[\alpha] \xrightarrow{*} w_1 w_2$.
- Si $(\mathbf{w}, E[\delta\gamma], w_1 w_2) \vdash^s (\mathbf{w}, C[\delta], w_2) \vdash (\mathbf{w}, C[\] \searrow F'[\beta], w_2) \vdash^s (\mathbf{e}, C[\] \searrow F[\beta], \epsilon) \vdash (\mathbf{e}, G[\beta\eta], \epsilon)$, existe una producción $\langle E^{\mathbf{W}}, G^{\mathbf{e}} \rangle[\circ\circ \langle \gamma, \eta \rangle] \rightarrow \langle E^{\mathbf{W}}, C^{\mathbf{W}} \rangle[\] \langle F'^{\mathbf{W}}, F^{\mathbf{e}} \rangle[\circ\circ]$, por los casos 1 y 2 se cumple que $\langle E^{\mathbf{W}}, C^{\mathbf{W}} \rangle[\] \xrightarrow{*} w_1$ y $\langle F'^{\mathbf{W}}, F^{\mathbf{e}} \rangle[\alpha] \xrightarrow{*} w_2$, y en consecuencia $\langle E^{\mathbf{W}}, G^{\mathbf{e}} \rangle[\alpha \langle \gamma, \eta \rangle] \xrightarrow{*} w_1 w_2$.

- Si una derivación izquierda $\langle C^{\mathbf{w}}, E^{\mathbf{e}} \rangle[\alpha] \xrightarrow{*} w$ reconoce la cadena w como resultado de aplicar la secuencia p_1, \dots, p_s de producciones en P , entonces existe una secuencia de transiciones t_1, \dots, t_s en \mathcal{T} tal que la derivación $(\mathbf{w}, C[\delta], w) \vdash^* (\mathbf{e}, E[\beta], \epsilon)$ es el resultado de aplicar la secuencia de transiciones t_1, \dots, t_s . La demostración se realiza por inducción en la longitud de la derivación de la gramática.

El caso base lo constituye la derivación $\langle E^{\mathbf{w}}, C^{\mathbf{e}} \rangle[\] \Rightarrow \langle E^{\mathbf{w}}, E^{\mathbf{w}} \rangle[\] a \Rightarrow a$, para la que existe una derivación $(\mathbf{w}, E[\], a) \vdash (\mathbf{e}, C[\], \epsilon)$ en el autómata.

Por hipótesis de inducción suponemos que la proposición se cumple para cualquier derivación de la gramática de longitud s . En tal caso, durante el paso de inducción verificamos que se cumple para cualquier posible derivación de longitud mayor que s :

- Si $\langle E^{\mathbf{w}}, F^{\mathbf{e}} \rangle[\alpha] \Rightarrow \langle E^{\mathbf{w}}, C^{\mathbf{e}} \rangle[\alpha] a \xrightarrow{*} wa$, existe una transición $C[\circ\circ] \mathbf{e} \xrightarrow{a} \mathbf{e} F[\circ\circ]$, por hipótesis de inducción se cumple que $(\mathbf{w}, E[\delta], w) \vdash^* (\mathbf{e}, C[\beta], \epsilon)$ y por consiguiente $(\mathbf{w}, E[\delta], wa) \vdash^* (\mathbf{e}, F[\beta], \epsilon)$.
- Si $\langle E^{\mathbf{w}}, G^{\mathbf{e}} \rangle[\alpha] \Rightarrow \langle E^{\mathbf{w}}, C^{\mathbf{e}} \rangle[\alpha] \langle F^{\mathbf{w}}, F^{\mathbf{e}} \rangle[\] \xrightarrow{s_1} w_1 \langle F^{\mathbf{w}}, F^{\mathbf{e}} \rangle[\] \xrightarrow{s_2} w_1 w_2$, existe una transición $C[\circ\circ] \mathbf{e} \xrightarrow{\mathbf{w}} \mathbf{w} C[\circ\circ] \models^{\mathbf{e}} F'[\]$ y una transición $C[\] \models^{\mathbf{e}} F'[\] \mathbf{e} \xrightarrow{\mathbf{e}} \mathbf{e} G[\circ\circ]$, por hipótesis de inducción se cumple que $(\mathbf{w}, E[\delta], w_1) \vdash^* (\mathbf{e}, C[\beta], \epsilon)$ y que $(\mathbf{w}, F'[\], w_2) \vdash^* (\mathbf{e}, F[\], \epsilon)$ y en consecuencia se cumple que $(\mathbf{w}, E[\delta], w_1 w_2) \vdash^* (\mathbf{e}, C[\beta], w_2) \vdash (\mathbf{w}, C[\beta] \models^{\mathbf{e}} F'[\], w_2) \vdash^* (\mathbf{e}, C[\beta] \models^{\mathbf{e}} F'[\], \epsilon) \vdash (\mathbf{e}, G[\beta], \epsilon)$.
- Si $\langle E^{\mathbf{w}}, G^{\mathbf{e}} \rangle[\alpha] \Rightarrow \langle E^{\mathbf{w}}, C^{\mathbf{w}} \rangle[\] \langle F^{\mathbf{w}}, F^{\mathbf{e}} \rangle[\alpha] \xrightarrow{s_1} w_1 \langle F^{\mathbf{w}}, F^{\mathbf{e}} \rangle[\alpha] \xrightarrow{s_2} w_1 w_2$, existe una transición $C[\circ\circ] \mathbf{w} \xrightarrow{\mathbf{w}} \mathbf{w} C[\] \rightarrow F'[\circ\circ]$ y una transición $C[\] \rightarrow F'[\circ\circ] \mathbf{e} \xrightarrow{\mathbf{e}} \mathbf{e} G[\circ\circ]$, por los casos 1 y 2 se cumple que $(\mathbf{w}, E[\delta], w_1) \vdash^* (\mathbf{w}, C[\delta], \epsilon)$ y por hipótesis de inducción $(\mathbf{w}, F'[\delta], w_2) \vdash^* (\mathbf{e}, F[\beta], \epsilon)$ y en consecuencia se cumple que $(\mathbf{w}, E[\delta], w_1 w_2) \vdash^* (\mathbf{w}, C[\delta], w_2) \vdash (\mathbf{w}, C[\] \rightarrow F'[\delta], w_2) \vdash^* (\mathbf{e}, C[\] \rightarrow F'[\beta], \epsilon) \vdash (\mathbf{e}, G[\beta], \epsilon)$.
- Si $\langle E^{\mathbf{w}}, G^{\mathbf{e}} \rangle[\alpha] \Rightarrow \langle E^{\mathbf{w}}, C^{\mathbf{w}} \rangle[\] \langle F^{\mathbf{w}}, F^{\mathbf{e}} \rangle[\alpha(\gamma', \eta')] \xrightarrow{s_1} w_1 \langle F^{\mathbf{w}}, F^{\mathbf{e}} \rangle[\alpha(\gamma', \eta')] \xrightarrow{s_2} w_1 w_2$, existe una transición $C[\circ\circ] \mathbf{w} \xrightarrow{\mathbf{w}} \mathbf{w} C[\] \nearrow F'[\circ\circ\eta']$ y una transición $C[\circ\circ] \nearrow F'[\circ\circ\eta'] \mathbf{e} \xrightarrow{\mathbf{e}} \mathbf{e} G[\circ\circ]$, por los casos 1 y 2 se cumple que $(\mathbf{w}, E[\delta], w_1) \vdash^* (\mathbf{w}, C[\delta], \epsilon)$ y por hipótesis de inducción $(\mathbf{w}, F'[\delta\gamma'], w_2) \vdash^* (\mathbf{e}, F[\beta\eta'], \epsilon)$ y en consecuencia se cumple que $(\mathbf{w}, E[\delta], w_1 w_2) \vdash^* (\mathbf{w}, C[\delta], w_2) \vdash (\mathbf{w}, C[\] \nearrow F'[\delta\gamma'], w_2) \vdash^* (\mathbf{e}, C[\] \nearrow F'[\beta\eta'], \epsilon) \vdash (\mathbf{e}, G[\beta], \epsilon)$.
- Si $\langle E^{\mathbf{w}}, G^{\mathbf{e}} \rangle[\alpha(\gamma, \eta)] \Rightarrow \langle E^{\mathbf{w}}, C^{\mathbf{w}} \rangle[\] \langle F^{\mathbf{w}}, F^{\mathbf{e}} \rangle[\alpha] \xrightarrow{s_1} w_1 \langle F^{\mathbf{w}}, F^{\mathbf{e}} \rangle[\alpha] \xrightarrow{s_2} w_1 w_2$, existe una transición $C[\circ\circ\gamma] \mathbf{w} \xrightarrow{\mathbf{w}} \mathbf{w} C[\] \searrow F'[\circ\circ]$ y una transición $C[\] \searrow F'[\circ\circ] \mathbf{e} \xrightarrow{\mathbf{e}} \mathbf{e} G[\circ\circ\eta]$, por los casos 1 y 2 se cumple que $(\mathbf{w}, E[\delta\gamma], w_1) \vdash^* (\mathbf{w}, C[\delta\gamma], \epsilon)$ y por hipótesis de inducción $(\mathbf{w}, F'[\delta], w_2) \vdash^* (\mathbf{e}, F[\beta], \epsilon)$ y en consecuencia se cumple que $(\mathbf{w}, E[\delta\gamma], w_1 w_2) \vdash^* (\mathbf{w}, C[\delta\gamma], w_2) \vdash (\mathbf{w}, C[\] \searrow F'[\delta], w_2) \vdash^* (\mathbf{e}, C[\] \searrow F'[\beta], \epsilon) \vdash (\mathbf{e}, G[\beta\eta], \epsilon)$.

□

Ejemplo 9.3 Consideremos el autómata lineal de índices fuertemente dirigido cuyas transiciones se muestran en la tabla 9.22, que acepta el lenguaje $\{a^n b^n c^n d^n \mid n > 0\}$. En la tabla 9.23 se muestra cómo dicho autómata acepta la cadena de entrada $aaabbbcccddd$. La primera columna indica la transición aplicada, la segunda señala el modo del autómata en ese momento, la tercera el contenido de la pila del autómata y la cuarta contiene la parte de la cadena de entrada que

- (a) $\$_0[\circ\circ] \mathbf{w} \xrightarrow{\mathbf{w}} \mathbf{w} \$_0[\] \models^{\mathbf{w}} A[\]$
- (b) $A[\circ\circ] \mathbf{w} \xrightarrow{a} \mathbf{w} A'[\circ\circ]$
- (c) $A'[\circ\circ] \mathbf{w} \xrightarrow{\mathbf{w}} \mathbf{w} A'[\] \nearrow A[\circ\circ\gamma]$
- (d) $A'[\circ\circ] \mathbf{w} \xrightarrow{b} \mathbf{w} B'[\circ\circ]$
- (e) $B'[\circ\circ\gamma] \mathbf{w} \xrightarrow{\mathbf{w}} \mathbf{w} B'[\] \searrow B[\circ\circ]$
- (f) $B[\circ\circ] \mathbf{w} \xrightarrow{b} \mathbf{w} B'[\circ\circ]$
- (g) $B'[\] \mathbf{w} \xrightarrow{c} \mathbf{e} C'[\]$
- (h) $B'[\] \searrow C'[\circ\circ] \mathbf{e} \xrightarrow{\mathbf{e}} \mathbf{e} C[\circ\circ\eta]$
- (i) $C[\circ\circ] \mathbf{e} \xrightarrow{c} \mathbf{e} C'[\circ\circ]$
- (j) $C'[\circ\circ] \mathbf{e} \xrightarrow{d} \mathbf{e} D'[\circ\circ]$
- (k) $A'[\] \nearrow D'[\circ\circ\eta] \mathbf{e} \xrightarrow{\mathbf{e}} \mathbf{e} C[\circ\circ]$
- (l) $D[\circ\circ] \mathbf{e} \xrightarrow{d} \mathbf{e} D'[\circ\circ]$
- (m) $D'[\circ\circ] \mathbf{e} \xrightarrow{\mathbf{e}} \mathbf{e} \$_f[\circ\circ]$

Tabla 9.22: Transiciones del SD-LIA que acepta $\{a^n b^n c^n d^n \mid n > 0\}$

	$\mathbf{w} \models^{\mathbf{w}} \$_0[\]$	<i>aaabbbcccddd</i>
(a)	$\mathbf{w} \models^{\mathbf{w}} \$_0[\] \models^{\mathbf{w}} A[\]$	<i>aaabbbcccddd</i>
(b)	$\mathbf{w} \models^{\mathbf{w}} \$_0[\] \models^{\mathbf{w}} A'[\]$	<i>aabbbcccddd</i>
(c)	$\mathbf{w} \models^{\mathbf{w}} \$_0[\] \models^{\mathbf{w}} A'[\] \nearrow A[\gamma]$	<i>aabbbcccddd</i>
(b)	$\mathbf{w} \models^{\mathbf{w}} \$_0[\] \models^{\mathbf{w}} A'[\] \nearrow A'[\gamma]$	<i>abbbcccddd</i>
(c)	$\mathbf{w} \models^{\mathbf{w}} \$_0[\] \models^{\mathbf{w}} A'[\] \nearrow A'[\] \nearrow A[\gamma\gamma]$	<i>abbbcccddd</i>
(b)	$\mathbf{w} \models^{\mathbf{w}} \$_0[\] \models^{\mathbf{w}} A'[\] \nearrow A'[\] \nearrow A'[\gamma\gamma]$	<i>bbcccddd</i>
(d)	$\mathbf{w} \models^{\mathbf{w}} \$_0[\] \models^{\mathbf{w}} A'[\] \nearrow A'[\] \nearrow B'[\gamma\gamma]$	<i>bbcccddd</i>
(e)	$\mathbf{w} \models^{\mathbf{w}} \$_0[\] \models^{\mathbf{w}} A'[\] \nearrow A'[\] \nearrow B'[\] \searrow B[\gamma]$	<i>bbcccddd</i>
(f)	$\mathbf{w} \models^{\mathbf{w}} \$_0[\] \models^{\mathbf{w}} A'[\] \nearrow A'[\] \nearrow B'[\] \searrow B'[\gamma]$	<i>bcccddd</i>
(e)	$\mathbf{w} \models^{\mathbf{w}} \$_0[\] \models^{\mathbf{w}} A'[\] \nearrow A'[\] \nearrow B'[\] \searrow B'[\] \searrow B[\]$	<i>bcccddd</i>
(f)	$\mathbf{w} \models^{\mathbf{w}} \$_0[\] \models^{\mathbf{w}} A'[\] \nearrow A'[\] \nearrow B'[\] \searrow B'[\] \searrow B'[\]$	<i>cccddd</i>
(g)	$\mathbf{e} \models^{\mathbf{w}} \$_0[\] \models^{\mathbf{w}} A'[\] \nearrow A'[\] \nearrow B'[\] \searrow B'[\] \searrow C'[\]$	<i>ccddd</i>
(h)	$\mathbf{e} \models^{\mathbf{w}} \$_0[\] \models^{\mathbf{w}} A'[\] \nearrow A'[\] \nearrow B'[\] \searrow C[\eta]$	<i>ccddd</i>
(i)	$\mathbf{e} \models^{\mathbf{w}} \$_0[\] \models^{\mathbf{w}} A'[\] \nearrow A'[\] \nearrow B'[\] \searrow C'[\eta]$	<i>cddd</i>
(h)	$\mathbf{e} \models^{\mathbf{w}} \$_0[\] \models^{\mathbf{w}} A'[\] \nearrow A'[\] \nearrow C[\eta\eta]$	<i>cddd</i>
(i)	$\mathbf{e} \models^{\mathbf{w}} \$_0[\] \models^{\mathbf{w}} A'[\] \nearrow A'[\] \nearrow C'[\eta\eta]$	<i>ddd</i>
(j)	$\mathbf{e} \models^{\mathbf{w}} \$_0[\] \models^{\mathbf{w}} A'[\] \nearrow A'[\] \nearrow D'[\eta\eta]$	<i>dd</i>
(k)	$\mathbf{e} \models^{\mathbf{w}} \$_0[\] \models^{\mathbf{w}} A'[\] \nearrow D[\eta]$	<i>dd</i>
(l)	$\mathbf{e} \models^{\mathbf{w}} \$_0[\] \models^{\mathbf{w}} A'[\] \nearrow D'[\eta]$	<i>d</i>
(k)	$\mathbf{e} \models^{\mathbf{w}} \$_0[\] \models^{\mathbf{w}} D[\]$	<i>d</i>
(l)	$\mathbf{e} \models^{\mathbf{w}} \$_0[\] \models^{\mathbf{w}} D'[\]$	
(m)	$\mathbf{e} \models^{\mathbf{w}} \$_0[\] \models^{\mathbf{w}} \$_f[\]$	

Tabla 9.23: Configuraciones del SD-LIA para la cadena de entrada *aaabbbcccddd*

resta por leer. En la tabla 9.24 se muestran las producciones de la gramática lineal de índices obtenida a partir de las transiciones del autómata. Utilizamos Γ para representar cualquier símbolo de pila. La derivación de la cadena $aaabbbcccddd$ con esta gramática se muestra en la tabla 9.25, en la cual la primera columna indica la producción aplicada. ¶

9.4.4. Tabulación

A continuación definimos los diferentes tipos de derivaciones que se pueden dar en los autómatas lineales de índices fuertemente dirigidos junto con los tipos de ítems que pueden ser utilizados para representar dichas derivaciones.

Derivaciones de llamada. Son aquellas que se inician y terminan en modo de escritura, por lo que presentan la forma

$$(\mathbf{w}, \Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \begin{array}{l} \vdash^* (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \end{array}$$

donde $\Upsilon, \Upsilon_1 \in (\mathcal{D} V_S[V_I^*])^*$, $\gamma \in V_I$, $\delta \in (V_S[V_I^*])^*$, $\otimes \in \{\nearrow, \rightarrow, \searrow\}$, tanto $B[\alpha\gamma]$ como $C[\alpha\gamma]$ son descendientes dependientes de $A[\alpha]$ y no existe $(B[\delta\gamma], f) \neq (B[\delta\gamma], i)$ tal que

$$(\mathbf{w}, \Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \begin{array}{l} \vdash^* (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes F[\delta\gamma], a_{f+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \end{array}$$

En la figura 9.6 se muestra una representación gráfica de las derivaciones de llamada.

Para cualquier $\Upsilon' \in (\mathcal{D} V_S[V_I^*])^*$ y $\alpha \in V_I^*$ se cumple que

$$(\mathbf{w}, \Upsilon' A[\alpha], a_{h+1} \dots a_n) \begin{array}{l} \vdash^* (\mathbf{w}, \Upsilon' A[] \Upsilon_1 \otimes B[\alpha\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\mathbf{w}, \Upsilon' A[] \Upsilon_1 \otimes C[\alpha\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \end{array}$$

Es por ello que este tipo de derivaciones puede ser representado mediante ítems de la forma

$$[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes C, j, \gamma \mid -, -, -, -] \mathbf{w}$$

Derivaciones de retorno. Son aquellas que se inician en modo de escritura y que finalizan en modo borrado, por lo que tienen la siguiente forma:

$$(\mathbf{w}, \Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \begin{array}{l} \vdash^* (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes B[] \Upsilon_2 \searrow D[\delta], a_{p+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\mathbf{e}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes B[] \Upsilon_2 \searrow E[\beta], a_{q+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\mathbf{e}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes C[\beta\eta], a_{j+1} \dots a_n) \end{array}$$

donde $\Upsilon, \Upsilon_1, \Upsilon_2 \in (\mathcal{D} V_S[V_I^*])^*$, $\gamma, \eta \in V_I$, $\delta, \beta \in (V_S[V_I^*])^*$, $\otimes \in \{\nearrow, \rightarrow, \searrow\}$, $B[\alpha\gamma]$ y $D[\alpha]$ son descendientes dependientes de $A[\alpha]$, $C[\alpha\eta]$ es un descendiente dependiente de $D[\alpha]$ y

no existen $(F[\delta\gamma], f) \neq (B[\delta\gamma], i)$ ni $(G[\delta], g) \neq (D[\delta], p)$ tal que

$$\begin{aligned}
(\mathbf{w}, \Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) & \stackrel{*}{\vdash} (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes F[\delta\gamma], a_{f+1} \dots a_n) \\
& \stackrel{*}{\vdash} (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\
& \stackrel{*}{\vdash} (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes B[] \Upsilon_2 \searrow G[\delta], a_{g+1} \dots a_n) \\
& \stackrel{*}{\vdash} (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes B[] \Upsilon_2 \searrow D[\delta], a_{p+1} \dots a_n) \\
& \stackrel{*}{\vdash} (\mathbf{e}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes B[] \Upsilon_2 \searrow E[\beta], a_{q+1} \dots a_n) \\
& \stackrel{*}{\vdash} (\mathbf{e}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes C[\beta\eta], a_{j+1} \dots a_n)
\end{aligned}$$

Una representación gráfica de las derivaciones de retorno se muestra en la figura 9.7.

Para cualquier $\Upsilon' \in (\mathcal{D} V_S[V_I^*])^*$ y pilas de índices $\delta', \beta' \in V_I^*$ tal que existe una derivación $(\mathbf{w}, D[\delta'], a_{p+1} \dots a_n) \stackrel{*}{\vdash} (\mathbf{e}, E[\beta'], a_{q+1} \dots a_n)$ se cumple que

$$\begin{aligned}
(\mathbf{w}, \Upsilon' A[\delta'], a_{h+1} \dots a_n) & \stackrel{*}{\vdash} (\mathbf{w}, \Upsilon' A[] \Upsilon_1 \otimes B[\delta'\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\
& \stackrel{*}{\vdash} (\mathbf{w}, \Upsilon' A[] \Upsilon_1 \otimes B[] \Upsilon_2 \searrow D[\delta'], a_{p+1} \dots a_n) \\
& \stackrel{*}{\vdash} (\mathbf{e}, \Upsilon' A[] \Upsilon_1 \otimes B[] \Upsilon_2 \searrow E[\beta'], a_{q+1} \dots a_n) \\
& \stackrel{*}{\vdash} (\mathbf{e}, \Upsilon' A[] \Upsilon_1 \otimes C[\beta'\eta], a_{j+1} \dots a_n)
\end{aligned}$$

por lo que este tipo de derivaciones puede ser representado de modo compacto por ítems de la forma

$$[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes C, j, \eta \mid D, p, E, q] \mathbf{e}$$

Derivaciones de puntos especiales. Son aquellas derivaciones que involucran la propagación de una pila de índices vacía. La importancia de este tipo de derivaciones radica en que son las únicas en las cuales es posible realizar el cambio de modo de escritura a borrado. Las derivaciones de puntos especiales presentan la siguiente forma:

$$(m, \Upsilon \otimes B[], a_{i+1} \dots a_n) \stackrel{*}{\vdash} (m', \Upsilon \otimes C[], a_{j+1} \dots a_n)$$

donde $\Upsilon \in (\mathcal{D} V_S[V_I^*])^*$, $\otimes \in \mathcal{D}$, $m \leq m'$ y no existe $(m'', F[], f) \neq (m, B[], i)$, con $m'' < m$, tal que

$$\begin{aligned}
(m'', \Upsilon \otimes F[], a_{f+1} \dots a_n) & \stackrel{*}{\vdash} (m, \Upsilon \otimes B[], a_{i+1} \dots a_n) \\
& \stackrel{*}{\vdash} (m', \Upsilon \otimes C[], a_{j+1} \dots a_n)
\end{aligned}$$

La figura 9.8 muestra las derivaciones de puntos especiales de un modo más gráfico.

Para todo $\Upsilon' \in (\mathcal{D} V_S[V_I^*])^*$ se cumple

$$(m, \Upsilon' B[], a_{i+1} \dots a_n) \stackrel{*}{\vdash} (m', \Upsilon' C[], a_{j+1} \dots a_n)$$

por lo que podemos utilizar los siguientes ítems para representar este tipo de derivaciones:

$$[-, - \mid B, i, -, \otimes C, j, - \mid -, -, -, -] m'$$

Los ítems se combinan mediante las reglas de combinación descritas en la tabla 9.26, a partir del ítem inicial

$$[-, - \mid \$_0, 0, -, \models^{\mathbf{w}} \$_0, 0, - \mid -, -, -, -] \mathbf{w}$$

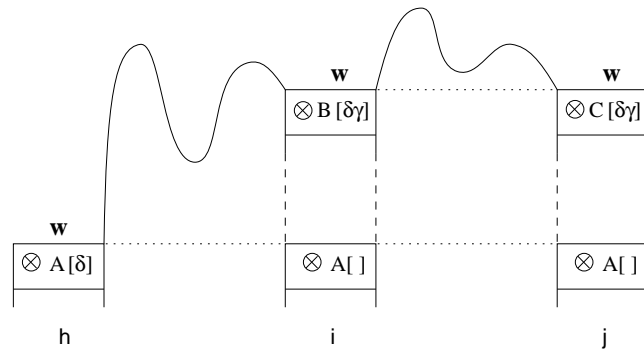


Figura 9.6: Derivaciones de llamada en SD-LIA

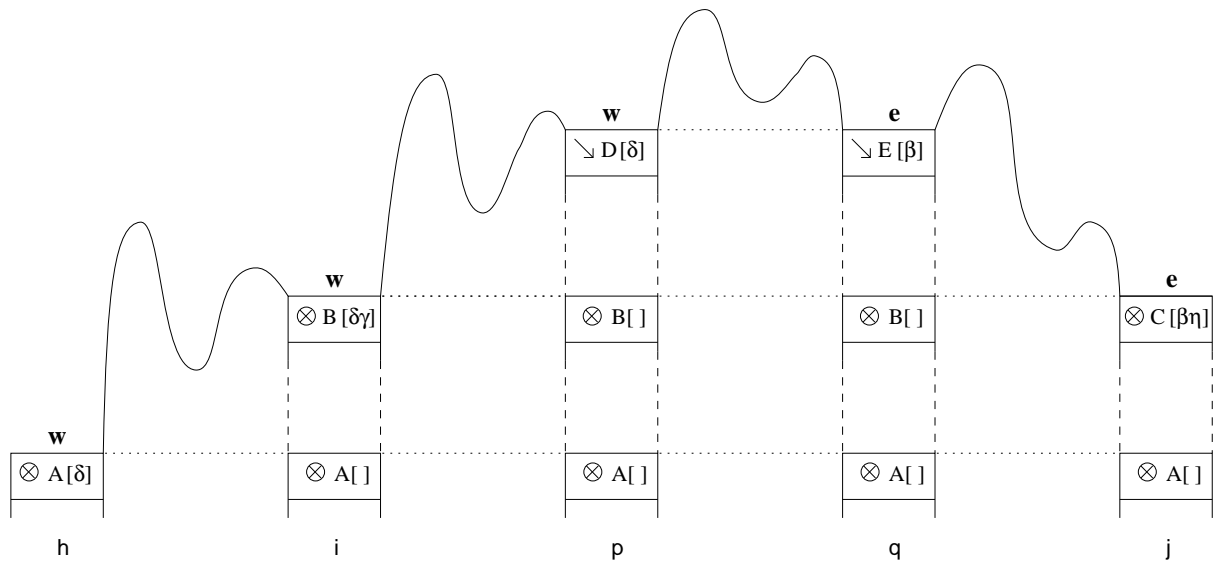


Figura 9.7: Derivaciones de retorno en SD-LIA

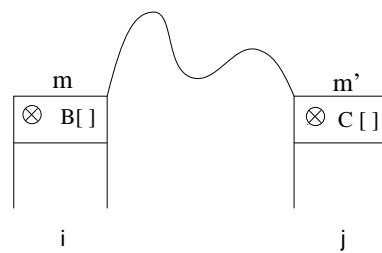


Figura 9.8: Derivaciones de puntos especiales en SD-LIA

$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes C, j, \eta \mid D, p, E, q]m}{[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes F, k, \eta \mid D, p, E, q]m}$	$C[\text{oo}] \ m \xrightarrow{a} m \ F[\text{oo}], \ k = j \text{ si } a = \epsilon, \ k = j + 1 \text{ si } a \in V_T$
$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes C, j, \eta \mid D, p, E, q]m}{[-, - \mid F, j, -, \models^m F, j, - \mid -, -, -, -]w}$	$C[\text{oo}] \ m \xrightarrow{w} w \ C[\text{oo}] \ \models^m F[]$
$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes C, j, \gamma \mid -, -, -, -]w}{[A, h \mid F, j, \gamma, \rightarrow F, j, \gamma \mid -, -, -, -]w}$	$C[\text{oo}] \ w \xrightarrow{w} w \ C[] \ \rightarrow F[\text{oo}]$
$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes C, j, \gamma \mid -, -, -, -]w}{[C, j \mid F, j, \gamma', \nearrow F, j, \gamma' \mid -, -, -, -]w}$	$C[\text{oo}] \ w \xrightarrow{w} w \ C[] \ \nearrow F[\text{oo}\gamma']$
$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes_1 C, j, \gamma \mid -, -, -, -]w}{[M, m \mid N, t, \gamma', \otimes_2 A, h, \gamma' \mid -, -, -, -]w}$	$C[\text{oo}\gamma] \ w \xrightarrow{w} w \ C[] \ \searrow F[\text{oo}]$
$\frac{[-, - \mid B, i, -, \otimes C, j, - \mid -, -, -, -]w}{[-, - \mid B, i, -, \otimes F, k, - \mid -, -, -, -]e}$	$C[] \ w \xrightarrow{a} e \ F[], \ k = j \text{ si } a = \epsilon, \ k = j + 1 \text{ si } a \in V_T$
$\frac{[-, - \mid F', j, -, \models^m F, k, - \mid -, -, -, -]e}{[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes C, j, \eta \mid D, p, E, q]m}$	$C[\text{oo}] \ m \xrightarrow{w} w \ C[\text{oo}] \ \models^m F'[]$ $C[\text{oo}] \ \models^m F[] \ e \xrightarrow{m} m \ G[\text{oo}]$
$\frac{[A, h \mid F', j, \gamma, \rightarrow F, k, \eta \mid D, p, E, q]e}{[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes C, j, \gamma \mid -, -, -, -]w}$	$C[\text{oo}] \ w \xrightarrow{w} w \ C[] \ \rightarrow F'[\text{oo}]$ $C[] \ \rightarrow F[\text{oo}] \ e \xrightarrow{e} e \ G[\text{oo}]$
$\frac{[C, j \mid F', j, \gamma', \nearrow F, k, \eta' \mid D, p, E, q]e}{[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes C, j, \gamma \mid -, -, -, -]w}$	$C[\text{oo}] \ w \xrightarrow{w} w \ C[] \ \nearrow F'[\text{oo}\gamma']$ $C[] \ \nearrow F[\text{oo}\eta'] \ e \xrightarrow{e} e \ G[\text{oo}]$
$\frac{[M, m \mid F', j, \gamma', \searrow F, k, \eta' \mid D, p, E, q]e}{[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes_1 C, j, \gamma \mid -, -, -, -]w}$	$C[\text{oo}\gamma] \ w \xrightarrow{w} w \ C[] \ \searrow F'[\text{oo}]$ $C[] \ \searrow F[\text{oo}] \ e \xrightarrow{e} e \ G[\text{oo}\eta]$

Tabla 9.26: Combinación de ítems en SD-LIA

La aceptación de una cadena de entrada $a_1 \dots a_n$ se indica mediante la presencia de ítems finales de la forma

$$[-, - \mid F, 0, -, \models^{\mathbf{w}} \$_f, 0, - \mid -, -, -, -] \mathbf{e}$$

tal que existe una transición $\$ _0[\circ\circ] \mathbf{w} \longrightarrow \mathbf{w} \$ _0[\circ\circ] \models^{\mathbf{w}} F[]$.

Teorema 9.5 *La manipulación de configuraciones mediante la aplicación de transiciones en los autómatas lineales de índices fuertemente dirigidos es equivalente a la manipulación de ítems mediante las reglas de combinación de la tabla 9.26.*

Demostración:

Mostraremos que para toda derivación existe una regla de combinación que produce un ítem que representa de forma compacta dicha derivación y que toda regla de combinación se corresponde con una derivación válida del autómata. Para ello detallaremos todas las posibles derivaciones, junto con las reglas de combinación de ítems correspondientes, en la siguiente lista.

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ] m \xrightarrow{a} m F[\circ\circ]$
 - a una derivación de llamada:

$$\begin{aligned} (\mathbf{w}, \Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) & \overset{*}{\vdash} (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\ & \overset{*}{\vdash} (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ & \vdash (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes F[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \end{aligned}$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes C, j, \gamma \mid -, -, -, -] \mathbf{w}}{[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes F, k, \gamma \mid -, -, -, -] \mathbf{w}} C[\circ\circ] \mathbf{w} \xrightarrow{a} \mathbf{w} F[\circ\circ]$$

donde $k = j$ si $a = \epsilon$ y $k = j + 1$ si $a \in V_T$.

- a una derivación de retorno:

$$\begin{aligned} (\mathbf{w}, \Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) & \overset{*}{\vdash} (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\ & \overset{*}{\vdash} (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes B[] \Upsilon_2 \searrow D[\delta], a_{p+1} \dots a_n) \\ & \overset{*}{\vdash} (\mathbf{e}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes B[] \Upsilon_2 \searrow E[\beta], a_{q+1} \dots a_n) \\ & \overset{*}{\vdash} (\mathbf{e}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes C[\beta\eta], a_{j+1} \dots a_n) \\ & \vdash (\mathbf{e}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes F[\beta\eta], a_{j+1} \dots a_n) \end{aligned}$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes C, j, \eta \mid D, p, E, q] \mathbf{e}}{[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes F, k, \eta \mid D, p, E, q] \mathbf{e}} C[\circ\circ] \mathbf{e} \xrightarrow{a} \mathbf{e} F[\circ\circ]$$

donde $k = j$ si $a = \epsilon$ y $k = j + 1$ si $a \in V_T$.

- a una derivación de puntos especiales:

$$\begin{aligned} (m, \Upsilon \otimes B[], a_{i+1} \dots a_n) & \overset{*}{\vdash} (m', \Upsilon \otimes C[], a_{j+1} \dots a_n) \\ & \overset{*}{\vdash} (m', \Upsilon \otimes F[], a_{j+1} \dots a_n) \end{aligned}$$

$$\frac{[-, - \mid B, i, -, \otimes C, j, - \mid -, -, -, -] m'}{[-, - \mid B, i, -, \otimes F, k, - \mid -, -, -, -] m'} C[\circ\circ] m' \xrightarrow{a} m' F[\circ\circ]$$

donde $k = j$ si $a = \epsilon$ y $k = j + 1$ si $a \in V_T$.

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ] m \longrightarrow \mathbf{w} C[\circ\circ] \models^m F[]$

- a una derivación de llamada:

$$\begin{aligned}
(\mathbf{w}, \Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) & \begin{array}{l} * \\ \vdash (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes C[\delta\gamma] \models^{\mathbf{w}} F[], a_{j+1} \dots a_n) \end{array} \\
\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes C, j, \gamma \mid -, -, -, -]_{\mathbf{w}}}{[-, - \mid F, j, -, \models^{\mathbf{w}} F, j, - \mid -, -, -, -]_{\mathbf{w}}} & C[\circ\circ] \mathbf{w} \longrightarrow_{\mathbf{w}} C[\circ\circ] \models^{\mathbf{w}} F[]
\end{aligned}$$

- a una derivación de retorno:

$$\begin{aligned}
(\mathbf{w}, \Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) & \begin{array}{l} * \\ \vdash (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes B[] \Upsilon_2 \searrow D[\delta], a_{p+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\mathbf{e}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes B[] \Upsilon_2 \searrow E[\beta], a_{q+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\mathbf{e}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes C[\beta\eta], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\mathbf{e}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes C[\beta\eta] \models^{\mathbf{e}} F[], a_{j+1} \dots a_n) \end{array} \\
\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes C, j, \eta \mid D, p, E, q]_{\mathbf{e}}}{[-, - \mid F, j, -, \models^{\mathbf{e}} F, j, - \mid -, -, -, -]_{\mathbf{w}}} & C[\circ\circ] \mathbf{e} \longrightarrow_{\mathbf{w}} C[\circ\circ] \models^{\mathbf{e}} F[]
\end{aligned}$$

- a una derivación de puntos especiales:

$$\begin{aligned}
(m, \Upsilon \otimes B[], a_{i+1} \dots a_n) & \begin{array}{l} * \\ \vdash (m', \Upsilon \otimes C[], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\mathbf{w}, \Upsilon \otimes C[] \models^{m'} F[], a_{j+1} \dots a_n) \end{array} \\
\frac{[-, - \mid B, i, -, \otimes C, j, - \mid -, -, -, -]_{m'}}{[-, - \mid F, j, -, \models^{m'} F, j, - \mid -, -, -, -]_{\mathbf{w}}} & C[\circ\circ] m' \longrightarrow_{\mathbf{w}} C[\circ\circ] \models^{m'} F[]
\end{aligned}$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ] \mathbf{w} \longrightarrow_{\mathbf{w}} C[] \rightarrow F[\circ\circ]$

- a una derivación de llamada:

$$\begin{aligned}
(\mathbf{w}, \Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) & \begin{array}{l} * \\ \vdash (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes C[] \rightarrow F[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \end{array} \\
\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes C, j, \gamma \mid -, -, -, -]_{\mathbf{w}}}{[A, h \mid F, j, \gamma, \rightarrow F, j, \gamma \mid -, -, -, -]_{\mathbf{w}}} & C[\circ\circ] \mathbf{w} \longrightarrow_{\mathbf{w}} C[] \rightarrow F[\circ\circ]
\end{aligned}$$

- a una derivación de puntos especiales:

$$\begin{aligned}
(\mathbf{w}, \Upsilon \otimes B[], a_{i+1} \dots a_n) & \begin{array}{l} * \\ \vdash (\mathbf{w}, \Upsilon \otimes C[], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\mathbf{w}, \Upsilon \otimes C[] \rightarrow F[], a_{j+1} \dots a_n) \end{array} \\
\frac{[-, - \mid B, i, -, \otimes C, j, - \mid -, -, -, -]_{\mathbf{w}}}{[-, - \mid F, j, -, \rightarrow F, j, - \mid -, -, -, -]_{\mathbf{w}}} & C[\circ\circ] \mathbf{w} \longrightarrow_{\mathbf{w}} C[] \rightarrow F[\circ\circ]
\end{aligned}$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ] \mathbf{w} \longrightarrow_{\mathbf{w}} C[] \nearrow F[\circ\circ\gamma']$

- a una derivación de llamada:

$$\begin{aligned}
(\mathbf{w}, \Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) & \begin{array}{l} * \\ \vdash (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes C[] \nearrow F[\delta\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \end{array} \\
\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes C, j, \gamma \mid -, -, -, -]_{\mathbf{w}}}{[C, j \mid F, j, \gamma', \nearrow F, j, \gamma' \mid -, -, -, -]_{\mathbf{w}}} & C[\circ\circ] \mathbf{w} \longrightarrow_{\mathbf{w}} C[] \nearrow F[\circ\circ\gamma']
\end{aligned}$$

- a una derivación de puntos especiales:

$$\begin{array}{c} (\mathbf{w}, \Upsilon \otimes B[\cdot], a_{i+1} \dots a_n) \vdash^* (\mathbf{w}, \Upsilon \otimes C[\cdot], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\mathbf{w}, \Upsilon \otimes C[\cdot] \rightarrow F[\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \end{array}$$

$$\frac{[-, - \mid B, i, -, \otimes C, j, - \mid -, -, -, -] \mathbf{w}}{[C, j \mid F, j, \gamma', \nearrow F, j, \gamma' \mid -, -, -, -] \mathbf{w}} C[\circ\circ] \mathbf{w} \longrightarrow \mathbf{w} C[\cdot] \nearrow F[\circ\circ\gamma']$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ\gamma] \mathbf{w} \longrightarrow \mathbf{w} C[\cdot] \searrow F[\circ\circ]$ a una derivación de llamada:

$$\begin{array}{c} (\mathbf{w}, \Upsilon M[\delta], a_{m+1} \dots a_n) \vdash^* (\mathbf{w}, \Upsilon M[\cdot] \Upsilon_1 \otimes_1 N[\delta\gamma'], a_{t+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\mathbf{w}, \Upsilon M[\cdot] \Upsilon_1 \otimes_1 A[\delta\gamma'], a_{h+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\mathbf{w}, \Upsilon M[\cdot] \Upsilon_1 \otimes_1 A[\cdot] \Upsilon_2 \otimes_2 B[\delta\gamma'\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\mathbf{w}, \Upsilon M[\cdot] \Upsilon_1 \otimes_1 A[\cdot] \Upsilon_2 \otimes_2 C[\delta\gamma'\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\mathbf{w}, \Upsilon M[\cdot] \Upsilon_1 \otimes_1 A[\cdot] \Upsilon_2 \otimes_2 C[\cdot] \searrow F[\delta\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \end{array}$$

$$\frac{[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes_1 C, j, \gamma \mid -, -, -, -] \mathbf{w}}{[M, m \mid N, t, \gamma', \otimes_2 A, h, \gamma' \mid -, -, -, -] \mathbf{w}} \frac{[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes_1 C, j, \gamma \mid -, -, -, -] \mathbf{w}}{[M, m \mid N, t, \gamma', \otimes_2 A, h, \gamma' \mid -, -, -, -] \mathbf{w}} C[\circ\circ\gamma] \mathbf{w} \longrightarrow \mathbf{w} C[\cdot] \searrow F[\circ\circ]$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\cdot] \mathbf{w} \xrightarrow{a} \mathbf{e} F[\cdot]$ a una derivación de puntos especiales:

$$\begin{array}{c} (\mathbf{w}, \Upsilon \otimes B[\cdot], a_{i+1} \dots a_n) \vdash^* (\mathbf{w}, \Upsilon \otimes C[\cdot], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\mathbf{e}, \Upsilon \otimes F[\cdot], a_{k+1} \dots a_n) \end{array}$$

$$\frac{[-, - \mid B, i, -, \otimes C, j, - \mid -, -, -, -] \mathbf{w}}{[-, - \mid B, i, -, \otimes F, k, - \mid -, -, -, -] \mathbf{e}} C[\cdot] \mathbf{w} \xrightarrow{a} \mathbf{e} F[\cdot]$$

donde $k = j$ si $a = \epsilon$ y $k = j + 1$ si $a \in V_T$.

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\circ\circ] \models^m F[\cdot] \mathbf{e} \longrightarrow m G[\circ\circ]$ a una derivación obtenida tras aplicar una transición $C[\circ\circ] m \longrightarrow \mathbf{w} C[\circ\circ] \models^m F'[\cdot]$

- a una derivación de llamada:

$$\begin{array}{c} (\mathbf{w}, \Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \vdash^* (\mathbf{w}, \Upsilon A[\cdot] \Upsilon_1 \otimes B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\mathbf{w}, \Upsilon A[\cdot] \Upsilon_1 \otimes C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\mathbf{w}, \Upsilon A[\cdot] \Upsilon_1 \otimes C[\delta\gamma] \models^{\mathbf{w}} F'[\cdot], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\mathbf{e}, \Upsilon A[\cdot] \Upsilon_1 \otimes C[\delta\gamma] \models^{\mathbf{w}} F[\cdot], a_{k+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\mathbf{w}, \Upsilon A[\cdot] \Upsilon_1 \otimes G[\delta\gamma], a_{k+1} \dots a_n) \end{array}$$

$$\frac{[-, - \mid F', j, -, \models^m F, k, - \mid -, -, -, -] \mathbf{e}}{[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes C, j, \gamma \mid -, -, -, -] \mathbf{w}} \frac{[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes C, j, \gamma \mid -, -, -, -] \mathbf{w}}{[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes G, k, \gamma \mid -, -, -, -] \mathbf{w}} C[\circ\circ] \mathbf{w} \longrightarrow \mathbf{w} C[\circ\circ] \models^{\mathbf{w}} F'[\cdot] \\ C[\circ\circ] \models^{\mathbf{w}} F[\cdot] \mathbf{e} \longrightarrow \mathbf{w} G[\circ\circ]$$

- a una derivación de retorno:

$$\begin{array}{c} (\mathbf{w}, \Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \vdash^* (\mathbf{w}, \Upsilon A[\cdot] \Upsilon_1 \otimes B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\mathbf{w}, \Upsilon A[\cdot] \Upsilon_1 \otimes B[\cdot] \Upsilon_2 \searrow D[\delta], a_{p+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\mathbf{e}, \Upsilon A[\cdot] \Upsilon_1 \otimes B[\cdot] \Upsilon_2 \searrow E[\beta], a_{q+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\mathbf{e}, \Upsilon A[\cdot] \Upsilon_1 \otimes C[\beta\eta], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\mathbf{e}, \Upsilon A[\cdot] \Upsilon_1 \otimes C[\beta\eta] \models^{\mathbf{e}} F'[\cdot], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash^* (\mathbf{e}, \Upsilon A[\cdot] \Upsilon_1 \otimes C[\beta\eta] \models^{\mathbf{e}} F[\cdot], a_{k+1} \dots a_n) \\ \vdash (\mathbf{e}, \Upsilon A[\cdot] \Upsilon_1 \otimes G[\beta\eta], a_{k+1} \dots a_n) \end{array}$$

$$\frac{[-, - \mid F', j, -, \models^e F, k, - \mid -, -, -, -]e \quad [A, h \mid B, i, \gamma, \otimes C, j, \eta \mid D, p, E, q]e}{[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes G, k, \eta \mid D, p, E, q]e} \quad \begin{array}{l} C[\circ\circ] \mathbf{e} \longrightarrow \mathbf{w} C[\circ\circ] \models^e F'[\] \\ C[\circ\circ] \models^e F'[\] \mathbf{e} \longrightarrow \mathbf{e} G[\circ\circ] \end{array}$$

- a una derivación de puntos especiales:

$$\begin{array}{l} (m, \Upsilon \otimes B[\], a_{i+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (m', \Upsilon \otimes C[\], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\mathbf{w}, \Upsilon \otimes C[\] \models^{m'} F'[\], a_{j+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\mathbf{e}, \Upsilon \otimes C[\] \models^{m'} F[\], a_{k+1} \dots a_n) \\ \vdash (m', \Upsilon \otimes G[\], a_{j+1} \dots a_n) \end{array} \end{array}$$

$$\frac{[-, - \mid F', j, -, \models^m F, k, - \mid -, -, -, -]e \quad [-, - \mid B, i, -, \otimes C, j, - \mid -, -, -, -]m'}{[-, - \mid B, i, -, \otimes G, k, - \mid -, -, -, -]m'} \quad \begin{array}{l} C[\circ\circ] m' \longmapsto \mathbf{w} C[\circ\circ] \models^{m'} F'[\] \\ C[\circ\circ] \models^{m'} F'[\] \mathbf{e} \longrightarrow m' G[\circ\circ] \end{array}$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\] \rightarrow F[\circ\circ] \mathbf{e} \longrightarrow \mathbf{e} G[\circ\circ]$ a una derivación obtenida tras aplicar una transición $C[\circ\circ] \mathbf{w} \longrightarrow \mathbf{w} C[\] \rightarrow F'[\circ\circ]$

- a una derivación de llamada:

$$\begin{array}{l} (\mathbf{w}, \Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\mathbf{w}, \Upsilon A[\] \Upsilon_1 \otimes B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\mathbf{w}, \Upsilon A[\] \Upsilon_1 \otimes C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\mathbf{w}, \Upsilon A[\] \Upsilon_1 \otimes C[\] \rightarrow F'[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\mathbf{w}, \Upsilon A[\] \Upsilon_1 \otimes C[\] \rightarrow F'[\] \Upsilon_2 \searrow D[\delta], a_{p+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\mathbf{e}, \Upsilon A[\] \Upsilon_1 \otimes C[\] \rightarrow F'[\] \Upsilon_2 \searrow E[\beta], a_{q+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\mathbf{e}, \Upsilon A[\] \Upsilon_1 \otimes C[\] \rightarrow F[\beta\eta], a_{k+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\mathbf{e}, \Upsilon A[\] \Upsilon_1 \otimes G[\beta\eta], a_{k+1} \dots a_n) \end{array} \end{array}$$

$$\frac{[A, h \mid F', j, \gamma, \rightarrow F, k, \eta \mid D, p, E, q]e \quad [A, h \mid B, i, \gamma, \otimes C, j, \gamma \mid -, -, -, -]w}{[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes G, k, \eta \mid D, p, E, q]e} \quad \begin{array}{l} C[\circ\circ] \mathbf{w} \longrightarrow \mathbf{w} C[\] \rightarrow F'[\circ\circ] \\ C[\] \rightarrow F[\circ\circ] \mathbf{e} \longrightarrow \mathbf{e} G[\circ\circ] \end{array}$$

- a una derivación de puntos especiales:

$$\begin{array}{l} (\mathbf{w}, \Upsilon \otimes B[\], a_{i+1} \dots a_n) \quad \begin{array}{l} * \\ \vdash (\mathbf{w}, \Upsilon \otimes C[\], a_{j+1} \dots a_n) \\ \vdash (\mathbf{w}, \Upsilon \otimes C[\] \rightarrow F'[\], a_{j+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\mathbf{e}, \Upsilon \otimes C[\] \rightarrow F[\], a_{k+1} \dots a_n) \\ * \\ \vdash (\mathbf{e}, \Upsilon \otimes G[\], a_{k+1} \dots a_n) \end{array} \end{array}$$

$$\frac{[-, - \mid F', j, -, \rightarrow F, k, - \mid -, -, -, -]e \quad [-, - \mid B, i, -, \otimes C, j, - \mid -, -, -, -]w}{[-, - \mid B, i, -, \otimes G, k, - \mid -, -, -, -]e} \quad \begin{array}{l} C[\circ\circ] \mathbf{w} \longrightarrow \mathbf{w} C[\] \rightarrow F'[\circ\circ] \\ C[\] \rightarrow F[\circ\circ] \mathbf{e} \longrightarrow \mathbf{e} G[\circ\circ] \end{array}$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[\] \nearrow F[\circ\circ\eta] \mathbf{e} \longrightarrow \mathbf{e} G[\circ\circ]$ a una derivación obtenida tras aplicar una transición $C[\circ\circ] \mathbf{w} \longrightarrow \mathbf{w} C[\] \nearrow F'[\circ\circ\eta']$

- a una derivación de llamada:

$$\begin{array}{l}
(\mathbf{w}, \Upsilon A[\delta], a_{h+1} \dots a_n) \\
\begin{array}{l}
^* \\
\vdash (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes B[\delta\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\
^* \\
\vdash (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes C[\delta\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\
\vdash (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes C[] \nearrow F'[\delta\gamma\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \\
^* \\
\vdash (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes C[] \nearrow F'[] \Upsilon_2 \searrow D[\delta\gamma], a_{p+1} \dots a_n) \\
^* \\
\vdash (\mathbf{w}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes C[] \nearrow F'[] \Upsilon_2 \searrow D[] \Upsilon_3 \searrow O[\delta], a_{u+1} \dots a_n) \\
^* \\
\vdash (\mathbf{e}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes C[] \nearrow F'[] \Upsilon_2 \searrow D[] \Upsilon_3 \searrow P[\beta], a_{v+1} \dots a_n) \\
^* \\
\vdash (\mathbf{e}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes C[] \nearrow F'[] \Upsilon_2 \searrow E[\beta\eta], a_{q+1} \dots a_n) \\
^* \\
\vdash (\mathbf{e}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes C[] \nearrow F[\beta\eta\eta'], a_{k+1} \dots a_n) \\
\vdash (\mathbf{e}, \Upsilon A[] \Upsilon_1 \otimes G[\beta\eta], a_{k+1} \dots a_n)
\end{array}
\end{array}$$

$$\frac{
\begin{array}{l}
[C, j \mid F', j, \gamma', \nearrow F, k, \eta' \mid D, p, E, q] \mathbf{e} \\
[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes C, j, \gamma \mid -, -, -, -] \mathbf{w} \\
[A, h \mid D, p, \gamma, \searrow E, q, \eta \mid O, u, P, v] \mathbf{e}
\end{array}
}{
\begin{array}{l}
[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes G, k, \eta \mid O, u, P, v] \mathbf{e}
\end{array}
}
\begin{array}{l}
C[\circ\circ] \mathbf{w} \longrightarrow \mathbf{w} C[] \nearrow F'[\circ\circ\gamma'] \\
C[] \nearrow F[\circ\circ\eta'] \mathbf{e} \longrightarrow \mathbf{e} G[\circ\circ]
\end{array}$$

- a una derivación de puntos especiales:

$$\begin{array}{l}
(\mathbf{w}, \Upsilon \otimes B[], a_{i+1} \dots a_n) \begin{array}{l}
^* \\
\vdash (\mathbf{w}, \Upsilon \otimes C[], a_{j+1} \dots a_n) \\
\vdash (\mathbf{w}, \Upsilon \otimes C[] \rightarrow F'[\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \\
^* \\
\vdash (\mathbf{w}, \Upsilon \otimes C[] \rightarrow F'[] \Upsilon_1 \searrow D[], a_{p+1} \dots a_n) \\
^* \\
\vdash (\mathbf{e}, \Upsilon \otimes C[] \rightarrow F'[] \Upsilon_1 \searrow E[], a_{q+1} \dots a_n) \\
^* \\
\vdash (\mathbf{e}, \Upsilon \otimes C[] \rightarrow F[\eta'], a_{k+1} \dots a_n) \\
\vdash (\mathbf{e}, \Upsilon \otimes G[], a_{k+1} \dots a_n)
\end{array}
\end{array}$$

$$\frac{
\begin{array}{l}
[C, j \mid F', j, \gamma', \nearrow F, k, \eta' \mid D, p, E, q] \mathbf{e} \\
[-, - \mid B, i, -, \otimes C, j, - \mid -, -, -, -] \mathbf{w} \\
[-, - \mid D, p, -, \searrow E, q, - \mid -, -, -, -] \mathbf{e}
\end{array}
}{
\begin{array}{l}
[-, - \mid B, i, -, \otimes G, k, - \mid -, -, -, -] \mathbf{e}
\end{array}
}
\begin{array}{l}
C[\circ\circ] \mathbf{w} \longrightarrow \mathbf{w} C[] \nearrow F'[\circ\circ\gamma'] \\
C[] \nearrow F[\circ\circ\eta] \mathbf{e} \longrightarrow \mathbf{e} G[\circ\circ]
\end{array}$$

- Derivaciones que son el resultado de aplicar una transición $C[] \searrow F[\circ\circ] \mathbf{e} \longrightarrow \mathbf{e} G[\circ\circ\eta]$ a una derivación obtenida tras aplicar una transición $C[\circ\circ\gamma] \mathbf{w} \longrightarrow \mathbf{w} C[] \searrow F'[\circ\circ]$ a una derivación de llamada:

$$\begin{array}{l}
(\mathbf{w}, \Upsilon M[\delta], a_{m+1} \dots a_n) \\
\begin{array}{l}
^* \\
\vdash (\mathbf{w}, \Upsilon M[] \Upsilon_1 \otimes_1 N[\delta\gamma'], a_{t+1} \dots a_n) \\
^* \\
\vdash (\mathbf{w}, \Upsilon M[] \Upsilon_1 \otimes_1 A[\delta\gamma'], a_{h+1} \dots a_n) \\
^* \\
\vdash (\mathbf{w}, \Upsilon M[] \Upsilon_1 \otimes_1 A[] \Upsilon_2 \otimes_2 B[\delta\gamma'\gamma], a_{i+1} \dots a_n) \\
^* \\
\vdash (\mathbf{w}, \Upsilon M[] \Upsilon_1 \otimes_1 A[] \Upsilon_2 \otimes_2 C[\delta\gamma'\gamma], a_{j+1} \dots a_n) \\
\vdash (\mathbf{w}, \Upsilon M[] \Upsilon_1 \otimes_1 A[] \Upsilon_2 \otimes_2 C[] \searrow F'[\delta\gamma'], a_{j+1} \dots a_n) \\
^* \\
\vdash (\mathbf{w}, \Upsilon M[] \Upsilon_1 \otimes_1 A[] \Upsilon_2 \otimes_2 C[] \searrow F'[] \Upsilon_3 \searrow D[\delta], a_{p+1} \dots a_n) \\
^* \\
\vdash (\mathbf{e}, \Upsilon M[] \Upsilon_1 \otimes_1 A[] \Upsilon_2 \otimes_2 C[] \searrow F'[] \Upsilon_3 \searrow E[\beta], a_{q+1} \dots a_n) \\
^* \\
\vdash (\mathbf{e}, \Upsilon M[] \Upsilon_1 \otimes_1 A[] \Upsilon_2 \otimes_2 C[] \searrow F[\beta\eta'], a_{k+1} \dots a_n) \\
\vdash (\mathbf{e}, \Upsilon M[] \Upsilon_1 \otimes_1 A[] \Upsilon_2 \otimes_2 G[\beta\eta'\eta], a_{k+1} \dots a_n)
\end{array}
\end{array}$$

$$\frac{
\begin{array}{l}
[M, m \mid F', j, \gamma', \searrow F, k, \eta \mid D, p, E, q] \mathbf{e} \\
[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes_1 C, j, \gamma \mid -, -, -, -] \mathbf{w} \\
[M, m \mid N, t, \gamma', \otimes_2 A, h, \gamma' \mid -, -, -, -] \mathbf{w}
\end{array}
}{
\begin{array}{l}
[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes_1 G, k, \eta \mid F', j, F, k] \mathbf{e}
\end{array}
}
\begin{array}{l}
C[\circ\circ\gamma] \mathbf{w} \longrightarrow \mathbf{w} C[] \searrow F'[\circ\circ] \\
C[] \searrow F[\circ\circ] \mathbf{e} \longrightarrow \mathbf{e} G[\circ\circ\eta]
\end{array}$$

A partir de esta lista se puede mostrar por inducción en la longitud de las derivaciones que tanto mediante la manipulación de configuraciones como mediante la manipulación de ítems se obtienen los mismos resultados. \square

La complejidad espacial de la técnica de tabulación propuesta es $\mathcal{O}(n^5)$ puesto que cada ítem almacena 5 posiciones de la cadena de entrada. La complejidad temporal en el peor caso es $\mathcal{O}(n^7)$ y viene dada por la siguiente regla:

$$\frac{\begin{array}{l} [C, j \mid F', j, \gamma', \nearrow F, k, \eta' \mid D, p, E, q] \mathbf{e} \\ [A, h \mid B, i, \gamma, \otimes C, j, \gamma \mid -, -, -, -] \mathbf{w} \\ [A, h \mid D, p, \gamma, \searrow E, q, \eta \mid O, u, P, v] \mathbf{e} \end{array}}{[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes G, k, \eta \mid O, u, P, v] \mathbf{e}} \quad \begin{array}{l} C[\circ\circ] \mathbf{w} \longrightarrow \mathbf{w} C[\] \nearrow F'[\circ\circ\gamma'] \\ C[\] \nearrow F[\circ\circ\eta'] \mathbf{e} \longrightarrow \mathbf{e} G[\circ\circ] \end{array}$$

Esta regla involucra la manipulación de 8 posiciones de la cadena de entrada, aunque mediante aplicación parcial sólo se necesita manipular simultáneamente 7 de dichas posiciones. La complejidad temporal puede reducirse utilizando la técnica propuesta en [53, 125]. Siguiendo dicha técnica, podemos descomponer la regla anterior en las dos reglas siguientes:

$$\frac{\begin{array}{l} [C, j \mid F', j, \gamma', \nearrow F, k, \eta' \mid D, p, E, q] \mathbf{e} \\ [A, h \mid D, p, \gamma, \searrow E, q, \eta \mid O, u, P, v] \mathbf{e} \end{array}}{[[C, j \mid F', j, \gamma', \nearrow F, k, \eta' \mid O, u, P, v]] \mathbf{e}} \quad \begin{array}{l} C[\circ\circ] \mathbf{w} \longrightarrow \mathbf{w} C[\] \nearrow F'[\circ\circ\gamma'] \\ C[\] \nearrow F[\circ\circ\eta'] \mathbf{e} \longrightarrow \mathbf{e} G[\circ\circ] \end{array}$$

$$\frac{\begin{array}{l} [[C, j \mid F', j, \gamma', \nearrow F, k, \eta' \mid O, u, P, v]] \mathbf{e} \\ [A, h \mid B, i, \gamma, \otimes C, j, \gamma \mid -, -, -, -] \mathbf{w} \\ [A, h \mid D, p, \gamma, \searrow E, q, \eta \mid O, u, P, v] \mathbf{e} \end{array}}{[A, h \mid B, i, \gamma, \otimes G, k, \eta \mid O, u, P, v] \mathbf{e}} \quad \begin{array}{l} C[\circ\circ] \mathbf{w} \longrightarrow \mathbf{w} C[\] \nearrow F'[\circ\circ\gamma'] \\ C[\] \nearrow F[\circ\circ\eta'] \mathbf{e} \longrightarrow \mathbf{e} G[\circ\circ] \end{array}$$

donde $[[C, j \mid F', j, \gamma', \nearrow F, k, \eta' \mid O, u, P, v]] \mathbf{e}$ es un pseudo-ítem que reparte equilibradamente la información entre ambas reglas y garantiza que la ejecución consecutiva de estas últimas sea equivalente a la ejecución de la regla original. La primera regla tiene complejidad $\mathcal{O}(n^6)$, puesto que la posición h no interviene en la combinación de posiciones de la cadena de entrada, al igual que la segunda, puesto que en esta última las posiciones p y q no intervienen.