

Capítulo 11

Recapitulación

En los capítulos precedentes se han definido varios modelos de autómatas para la clase de los lenguajes de adjunción de árboles. Estos modelos surgen de motivaciones diferentes y utilizan estructuras de almacenamiento diferentes: pilas embebidas, pilas lógicas, pilas de índices o dos pilas. Sin embargo mantienen estrechas relaciones entre sí. En este capítulo analizamos las relaciones de los distintos modelos de autómatas y de las técnicas de interpretación tabular asociadas.

11.1. Autómatas generales

Consideraremos en esta sección aquellos autómatas que no limitan la estrategia de análisis sintáctico en lo que respecta al tratamiento de las pilas de índices. Nos referimos pues a los autómatas lineales de índices fuertemente dirigidos (SD-LIA) y a los autómatas con dos pilas fuertemente dirigidos (SD-2SA).

11.1.1. Autómatas fuertemente dirigidos

Los autómatas lineales de índices fuertemente dirigidos y los autómatas con dos pilas fuertemente dirigidos presentan características comunes, entre las que destacamos:

- Ambos permiten la propagación de pilas de índices tanto en las derivaciones de llamada como en las derivaciones de retorno.
- Ambos deben establecer un mecanismo para garantizar que su potencia expresiva es equivalente a los lenguajes de adjunción de árboles. Este mecanismo se basa en la utilización de dos modos, uno de escritura y otro de borrado, que limitan el conjunto de transiciones aplicables en un momento dado y en la utilización de marcas de acción para garantizar que las computaciones realizadas en la fase de llamada se corresponden con las computaciones realizadas en la fase de retorno.

La diferencia entre ambos tipos de autómatas radica en la estructura de datos manipulada por cada uno de ellos, pues mientras los autómatas lineales de índices manipulan una pila en la que cada uno de sus elementos se compone de un símbolo de pila junto con una pila de índices, los autómatas con dos pilas manipulan dos pilas, una que contiene los símbolos de pila y otra que contiene los índices. Esta diferencia no es más que aparente, puesto que si observamos detenidamente las transiciones permitidas en ambos tipos de autómatas, vemos que existe una correspondencia uno a uno, tal y como se muestra en la tabla 11.1. Concretamente:

Transición	SD-LIA	SD-2SA
SWAP1	$C[\text{oo}] \ m \xrightarrow{a} m \ F[\text{oo}]$	$(m, C, \epsilon) \xrightarrow{a} (m, F, \epsilon)$
SWAP2	$C[\] \ \mathbf{w} \xrightarrow{a} \mathbf{e} \ F[\]$	$(\mathbf{w}, C, \models^m) \xrightarrow{a} (\mathbf{e}, F, \models^m)$
\models WRITE	$C[\text{oo}] \ m \xrightarrow{\mathbf{w}} \mathbf{w} \ C[\text{oo}] \ \models^m F[\]$	$(m, C, \epsilon) \mapsto (\mathbf{w}, C \models^m F, \models^m)$
\rightarrow WRITE	$C[\text{oo}] \ \mathbf{w} \xrightarrow{\mathbf{w}} \mathbf{w} \ C[\] \ \rightarrow F[\text{oo}]$	$(\mathbf{w}, C, \epsilon) \mapsto (\mathbf{w}, C \rightarrow F, \epsilon)$
\nearrow WRITE	$C[\text{oo}] \ \mathbf{w} \xrightarrow{\mathbf{w}} \mathbf{w} \ C[\] \ \nearrow F[\text{oo}\eta']$	$(\mathbf{w}, C, \epsilon) \mapsto (\mathbf{w}, C \nearrow F, \eta')$
\searrow WRITE	$C[\text{oo}\eta] \ \mathbf{w} \xrightarrow{\mathbf{w}} \mathbf{w} \ C[\] \ \searrow F[\text{oo}]$	$(\mathbf{w}, C, \eta) \mapsto (\mathbf{w}, C \searrow F, \epsilon)$
\models ERASE	$C[\text{oo}] \ \models^m F[\] \ \mathbf{e} \xrightarrow{m} m \ G[\text{oo}]$	$(\mathbf{e}, C \models^m F, \models^m) \mapsto (m, G, \epsilon)$
\rightarrow ERASE	$C[\] \ \rightarrow F[\text{oo}] \ \mathbf{e} \xrightarrow{\mathbf{e}} \mathbf{e} \ G[\text{oo}]$	$(\mathbf{e}, C \rightarrow F, \epsilon) \mapsto (\mathbf{e}, G, \epsilon)$
\nearrow ERASE	$C[\] \ \nearrow F[\text{oo}\eta'] \ \mathbf{e} \xrightarrow{\mathbf{e}} \mathbf{e} \ G[\text{oo}]$	$(\mathbf{e}, C \nearrow F, \eta') \mapsto (\mathbf{e}, G, \epsilon)$
\searrow ERASE	$C[\] \ \searrow F[\text{oo}] \ \mathbf{e} \xrightarrow{\mathbf{e}} \mathbf{e} \ G[\text{oo}\eta]$	$(\mathbf{e}, C \searrow F, \epsilon) \mapsto (\mathbf{e}, G, \eta)$

Tabla 11.1: Equivalencia de las transiciones de SD-LIA y de SD-2SA

- Las transiciones de SD-LIA apilan y eliminan de la pila los mismos elementos que las transiciones de SD-2SA en la pila maestra, tal y como se indica en la tabla 11.2 .
- Con respecto a los índices, las operaciones realizadas sobre la pila de índices del elemento en la cima de la pila de los SD-LIA se corresponden con los movimientos realizados sobre la pila auxiliar de los SD-2SA, tal y como se muestra en la tabla 11.3. En dicha tabla observamos que siempre que se crea una pila de índices en una transición SD-LIA, se crea una nueva sesión en las pilas del SD-2SA y siempre que se elimina una pila de índices vacía en SD-LIA, se elimina una sesión de las pilas del SD-2SA.
- Se realizan los mismos cambios de modo, tal como se muestra en la tabla 11.4.

Una vez establecida la equivalencia entre transiciones, podemos establecer la equivalencia entre configuraciones. Una configuración

$$(m, \Upsilon \models^{m'} A_1[\] \dots \otimes_{l-1} A_{l-1}[\] \otimes_l A_l[\alpha], w)$$

de un autómata lineal de índices fuertemente dirigido es equivalente a la configuración

$$(m, \Xi \models^{m'} A_1 \dots \otimes_{l-1} A_{l-1} \otimes A_l, \xi \models^{m'} \alpha, w)$$

de un autómata con dos pilas fuertemente dirigido, donde Ξ y ξ se obtienen a partir de Υ aplicando recursivamente la misma equivalencia entre configuraciones, teniendo en cuenta que Ξ se refiere a los símbolos de pila y marcas de acción de Υ y ξ a las pilas de índices.

En lo que respecta a las técnicas de tabulación propuestas, ambas son equivalentes. La técnica propuesta para los autómatas lineales de índices fuertemente dirigidos está basada en transiciones SWAP, tratándose por tanto de una extensión de la técnica propuesta por Nederhof para los autómatas a pila [126], mientras que la propuesta para los autómatas con dos pilas fuertemente dirigidos se basa en transiciones PUSH, tratándose en este último caso de una extensión de la técnica propuesta por Lang para los autómatas a pila [104, 107].

Transición	SD-LIA	SD-2SA
SWAP1	$C \xrightarrow{a} F$	$C \xrightarrow{a} F$
SWAP2	$C \xrightarrow{a} F$	$C \xrightarrow{a} F$
≡WRITE	$C \mapsto C \equiv^m F$	$C \mapsto C \equiv^m F$
→WRITE	$C \mapsto C \rightarrow F$	$C \mapsto C \rightarrow F$
↗WRITE	$C \mapsto C \nearrow F$	$C \mapsto C \nearrow F$
↘WRITE	$C \mapsto C \searrow F$	$C \mapsto C \searrow F$
≡ERASE	$C \equiv^m F \mapsto G$	$C \equiv^m F \mapsto G$
→ERASE	$C \rightarrow F \mapsto G$	$C \rightarrow F \mapsto G$
↗ERASE	$C \nearrow F \mapsto G$	$C \nearrow F \mapsto G$
↘ERASE	$C \searrow F \mapsto G$	$C \searrow F \mapsto G$

Tabla 11.2: Esqueleto independiente del contexto de las transiciones de SD-LIA y SD-2SA

Transición	SD-LIA	SD-2SA
SWAP1	$[oo] \xrightarrow{a} [oo]$	$\epsilon \xrightarrow{a} \epsilon$
SWAP2	$[] \xrightarrow{a} []$	$\equiv^m \xrightarrow{a} \equiv^m$
≡WRITE	$[oo] \mapsto [oo] []$	$\epsilon \mapsto \equiv^m$
→WRITE	$[oo] \mapsto [] [oo]$	$\epsilon \mapsto \epsilon$
↗WRITE	$[oo] \mapsto [] [oo\gamma']$	$\epsilon \mapsto \gamma'$
↘WRITE	$[oo\gamma] \mapsto [] [oo]$	$\gamma \mapsto \epsilon$
≡ERASE	$[oo] [] \mapsto [oo]$	$\equiv^m \mapsto \epsilon$
→ERASE	$[] [oo] \mapsto [oo]$	$\epsilon \mapsto \epsilon$
↗ERASE	$[] [oo\eta'] \mapsto [oo]$	$\eta' \mapsto \epsilon$
↘ERASE	$[] [oo] \mapsto [oo\eta]$	$\epsilon \mapsto \eta$

Tabla 11.3: Tratamiento de los índices en las transiciones de SD-LIA y SD-2SA

Transición	Origen	Destino
SWAP1	<i>m</i>	<i>m</i>
SWAP2	w	e
⊨WRITE	<i>m</i>	w
→WRITE	w	w
↗WRITE	w	w
↘WRITE	w	w
⊨ERASE	e	<i>m</i>
→ERASE	e	e
↗ERASE	e	e
↘ERASE	e	e

Tabla 11.4: Cambios de modo en SD-LIA y SD-2SA

Ejemplo 11.1 Consideremos el autómata lineal de índices fuertemente dirigido cuyas transiciones se muestran en la tabla 9.22 (página 321), que acepta el lenguaje $\{a^n b^n c^n d^n \mid n > 0\}$. Dicho autómata es equivalente al autómata con dos pilas fuertemente dirigido de la tabla 10.1 (página 340). En la tabla 9.24 (página 322) se muestran las producciones de la gramática lineal de índices obtenida a partir de las transiciones de dichos autómatas. ¶

RLPDA *-ascendentes	SD-LIA
$C[oo] \mapsto F[oo]$	$C[oo] \mapsto F[oo]$
$C[] \xrightarrow{a} F[]$	$C[] \xrightarrow{a} F[]$
$C[oo] \mapsto C[oo] F[]$	$C[oo] \mapsto C[oo] \text{⊨}F[]$
$C[oo] \mapsto C[oo] F[oo]$	$C[oo] \mapsto C[] \text{→}F[oo]$
$C[oo\gamma] \mapsto C[oo\gamma] F[oo]$	$C[oo\gamma] \mapsto C[] \text{↘}F[oo]$
$C[oo] \mapsto C[oo] F[oo\gamma']$	$C[oo] \mapsto C[] \text{↗}F[oo\gamma']$
$C[oo] F[] \mapsto G[oo]$	$C[oo] \text{⊨}F[] \mapsto G[oo]$
$B[oo_1] C[oo_2] \xrightarrow{a} F[oo_2]$	$B[] \text{→}C[oo] \mapsto F[oo]$
$B[oo_1] C[oo_2\gamma'] \mapsto F[oo_2]$	$B[] \text{↗}C[oo\gamma'] \mapsto F[oo]$
$B[oo_1\gamma] C[oo_2] \mapsto F[oo_2\gamma]$	$B[] \text{↘}C[oo] \mapsto F[oo\gamma]$

Tabla 11.5: Correspondencia entre las transiciones de los RLPDA *-Earley y los SD-LIA

Los autómatas a pila restringidos para estrategias *-Earley pueden considerarse como una versión restringida de los autómatas lineales de índices fuertemente dirigidos, válida únicamente para expresar estrategias de tipo Earley con respecto a las pilas de índices. En este tipo de estrategias, las pilas de índices son predichas en la fase de llamada y propagadas en la fase ascendente. La equivalencia de las transiciones de ambos modelos de autómata se muestra en la tabla 11.5, en la que se ha prescindido de los modos. La técnica de tabulación propuesta es una

especialización de la técnica de tabulación de los autómatas fuertemente dirigidos, en la que se han suprimido los modos de escritura y borrado y las marcas de acción.

11.2. Autómatas descendentes

Consideraremos en esta sección aquellos autómatas en los cuales se permite la predicción de los índices pero no se permite su propagación en las derivaciones de retorno. Nos referiremos entonces a los autómatas a pila embebidos (EPDA), los autómatas lineales de índices orientados a la izquierda (L-LIA) y los autómatas lógicos a pila restringidos a estrategias *-descendentes (RLPDA *-descendentes).

11.2.1. Autómatas a pila embebidos y autómatas lineales de índices orientados a la izquierda

Los autómatas a pila embebidos son equivalentes a los autómatas lineales de índices orientados a la izquierda. Para mostrar esta equivalencia, realizaremos un cambio de notación. Puesto que todas las pilas contenidas en la pila principal de un EPDA contienen al menos un elemento, pasaremos a representar una pila $[\alpha C$ mediante la notación $C[\alpha]$. Se trata simplemente de un cambio de notación y, por lo tanto, aunque coincide con la semántica que se ha dado a las pilas durante la definición de los esquemas de compilación para gramáticas lineales de índices, no quiere decir que estemos suponiendo que todo EPDA corresponde a la compilación de una de dichas gramáticas. Por citar otro caso tratado en el capítulo 6, en un esquema de compilación para gramáticas de adjunción de árboles, el componente C representará un punto en el recorrido de un árbol elemental mientras que α representará la pila de adjunciones pendientes en dicho punto. De hecho, la semántica asignada a las pilas depende de la motivación del EPDA, en particular de si ha sido construido a partir de un determinado formalismo gramatical o no.

Como consecuencia del cambio de notación, la configuración de un autómata a pila embebido se denotará por el par (Υ, w) , donde $\Upsilon \in (V_S[V_S^*])^*$ y $w \in V_T^*$. Debemos adaptar también la notación de las transiciones. Consideremos caso por caso:

SWAP: Las transiciones de este tipo, que antes se denotaban $C \xrightarrow{a} F$, pasarán a denotarse $C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$, donde $\circ\circ$ se utiliza para denotar que $\forall \alpha \in V_S^*, C[\alpha] \xrightarrow{a} F[\alpha]$. El resultado de aplicar una transición de este tipo a una pila $\Upsilon C[\alpha]$ será una pila $\Upsilon F[\alpha]$.

PUSH: Las transiciones de este tipo, que antes se denotaban $C \xrightarrow{a} CF$, pasarán a denotarse $C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ C]$. El resultado de aplicar una transición de este tipo a una pila $\Upsilon C[\alpha]$ será una pila $\Upsilon F[\alpha C]$.

POP: Las transiciones de este tipo, que antes se denotaban $CF \xrightarrow{a} G$, pasarán a denotarse $F[\circ\circ C] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]$. El resultado de aplicar una transición de este tipo a una pila $\Upsilon F[\alpha C]$ será una pila $\Upsilon G[\alpha]$.

WRAP-A: Las transiciones de este tipo, que antes se denotaban $C \xrightarrow{a} C, [F$, pasarán a denotarse $C[\circ\circ] \xrightarrow{a} C[\circ\circ]F[]$. El resultado de aplicar una transición de este tipo a una pila $\Upsilon C[\alpha]$ será una pila $\Upsilon C[\alpha]F[]$.

WRAP-B: Las transiciones de este tipo, que antes se denotaban $C \xrightarrow{a} [C, F$, pasarán a denotarse $C[\circ\circ] \xrightarrow{a} C[]F[\circ\circ]$. El resultado de aplicar una transición de este tipo a una pila $\Upsilon C[\alpha]$ será una pila $\Upsilon C[]F[\alpha]$.

Transición	Original	Nueva notación
SWAP	$C \xrightarrow{a} F$	$C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$
PUSH	$C \xrightarrow{a} CF$	$C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ C]$
POP	$CF \xrightarrow{a} G$	$F[\circ\circ C] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]$
WRAP-A	$C \xrightarrow{a} C, [F$	$C[\circ\circ] \xrightarrow{a} C[\circ\circ] F[]$
WRAP-B	$C \xrightarrow{a} [C, F$	$C[\circ\circ] \xrightarrow{a} C[] F[\circ\circ]$
UNWRAP	$C, [F \xrightarrow{a} G$	$C[\circ\circ] F[] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]$

Tabla 11.6: Cambio de notación en las transiciones de los EPDA

Transición	EPDA	L-LIA
SWAP	$C \xrightarrow{a} F$	$C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$
WRAP-A	$C \mapsto C, [F$	$C[\circ\circ] \mapsto C[\circ\circ] F[]$
WRAP-B	$C \mapsto [C, F$	$C[\circ\circ] \mapsto C[] F[\circ\circ]$
UNWRAP	$C, [F \mapsto G$	$C[\circ\circ] F[] \mapsto G[\circ\circ]$
WRAP-B + PUSH	$C \mapsto [C, X F$	$C[\circ\circ] \mapsto C[] F[\circ\circ X]$
WRAP-B + POP	$X C \mapsto [C, F$	$C[\circ\circ X] \mapsto C[] F[\circ\circ]$

Tabla 11.7: Equivalencia entre L-LIA y un subconjunto de los EPDA

UNWRAP: Las transiciones de este tipo, que antes se denotaban $C, [F \xrightarrow{a} G$, pasarán a denotarse $C[\circ\circ]F[] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]$. El resultado de aplicar una transición de este tipo a una pila $\Upsilon C[\alpha]F[]$ será una pila $\Upsilon G[\alpha]$.

En la tabla 11.6 se muestra la relación entre las transiciones originales de los autómatas a pila embebidos y las nuevas transiciones. En la tabla 11.7 se muestra la equivalencia entre el juego de transiciones de los autómatas lineales de índices orientados a la izquierda considerados en el capítulo 9 y el juego de transiciones utilizado para la definición de la técnica de tabulación de los autómatas a pila embebidos en el capítulo 6.

11.2.2. Autómatas a pila restringidos *-descendentes y autómatas lineales de índices orientados a la izquierda

Los autómatas a pila restringidos para estrategias *-descendentes y los autómatas lineales de índices orientados a la izquierda presentan grandes semejanzas. De hecho, podemos establecer una correspondencia casi directa entre las transiciones de los dos modelos de autómatas, tal y como se muestra en la tabla 11.8. Observamos que la diferencia estriba en que los RLPDA no pueden modificar el elemento que quedará en segunda posición en la pila después de la aplicación de una transición PUSH, lo que conlleva la necesidad de distinguir dos tipos de transiciones POP y de establecer la restricción de que las transiciones $C[\circ\circ] F[] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]$ sólo pueden emparejarse

RLPDA *-descendentes	l-LIA
$C[\text{oo}] \xrightarrow{a} F[\text{oo}]$	$C[\text{oo}] \xrightarrow{a} F[\text{oo}]$
$C[\text{oo}] \mapsto C[\text{oo}] F[]$	$C[\text{oo}] \mapsto C[\text{oo}] F[]$
$C[\text{oo}] \mapsto C[\text{oo}] F[\text{oo}]$	$C[\text{oo}] \mapsto C[] F[\text{oo}]$
$C[\text{oo}] \mapsto C[\text{oo}] F[\text{oo}\gamma']$	$C[\text{oo}] \mapsto C[] F[\text{oo}\gamma']$
$C[\text{oo}\gamma] \mapsto C[\text{oo}\gamma] F[\text{oo}]$	$C[\text{oo}\gamma] \mapsto C[] F[\text{oo}]$
$C[\text{oo}] F[] \mapsto G[\text{oo}]$	$C[\text{oo}] F[] \mapsto G[\text{oo}]$
$C[\text{oo}] F[] \mapsto G[]$	

Tabla 11.8: Correspondencia entre las transiciones de los RLPDA *-descendentes y de los l-LIA

con transiciones $C[\text{oo}\gamma] \xrightarrow{a} C[\text{oo}\gamma] F'[]$. En cambio, los l-LIA no presentan dicha limitación y en consecuencia sólo es necesario un tipo de transición POP, sin restricciones de aplicación. Teniendo en cuenta esta correspondencia entre transiciones, las técnicas de tabulación definidas para los autómatas a pila restringidos para estrategias *-descendentes y para los autómatas lineales de índices orientados a la izquierda son equivalentes, con la salvedad de que la primera está basada en transiciones PUSH, tratándose por tanto de una extensión de la técnica propuesta por Lang para los autómatas a pila [104, 107], mientras que la segunda se basa en las transiciones SWAP, tratándose de una extensión de la técnica propuesta por Nederhof para los autómatas a pila [126].

11.3. Autómatas ascendentes

Consideramos en esta sección aquellos autómatas que no permiten realizar predicciones sobre los índices. Nos estamos refiriendo por tanto a los autómatas a pila embebidos ascendentes (BEPDA), los autómatas lógicos a pila restringidos con estrategias *-ascendentes (RLPDA *-ascendentes), los autómatas lineales de índices orientados a la derecha (R-LIA) y los autómatas con dos pilas ascendentes (BU-2SA). Con respecto a RLPDA *-ascendentes y R-LIA, en el capítulo 9 ya se mostró que ambos modelos de autómata son equivalentes, por lo que no incidiremos más en ese aspecto. Mostramos a continuación las relaciones existentes entre los otros modelos de autómatas ascendentes.

11.3.1. Autómatas a pila embebidos ascendentes y autómatas lineales de índices orientados a la derecha

Utilizaremos el mismo cambio de notación realizado en el caso de los autómatas a pila embebidos. Ello conlleva una redefinición de las transiciones. Las transiciones de tipo SWAP, PUSH y POP se redefinen igual que en el caso de los EPDA y las restantes se redefinen como sigue:

UNWRAP-A: Las transiciones de este tipo, que antes se denotaban $C, [F \xrightarrow{a} G$, pasarán a denotarse $C[\text{oo}] F[] \xrightarrow{a} G[\text{oo}]$. El resultado de aplicar una transición de este tipo a una pila $\Upsilon C[\alpha] F[]$ será una pila $\Upsilon G[\alpha]$.

Transición	BEPDA	R-LIA
SWAP	$C \xrightarrow{a} F$	$C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ]$
PUSH	$C \xrightarrow{a} CF$	$C[\circ\circ] \xrightarrow{a} F[\circ\circ C]$
POP	$CF \xrightarrow{a} G$	$F[\circ\circ C] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]$
UNWRAP-A	$C, [F \xrightarrow{a} G$	$C[\circ\circ] F[] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]$
UNWRAP-B	$[C, F \xrightarrow{a} G$	$C[] F[\circ\circ] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]$
WRAP	$C \xrightarrow{a} C, [F$	$C[\circ\circ] \xrightarrow{a} C[\circ\circ]F[]$

Tabla 11.9: Equivalencia entre las Transiciones de BEPDA y de R-LIA

UNWRAP-B: Las transiciones de este tipo, que antes se denotaban $[C, F \xrightarrow{a} G$, pasarán a denotarse $C[] F[\circ\circ] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]$. El resultado de aplicar una transición de este tipo a una pila $\Upsilon C[] F[\alpha]$ será una pila $\Upsilon G[\alpha]$.

WRAP: Las transiciones de este tipo, que antes se denotaban $C \xrightarrow{a} C, [F$, pasarán a denotarse $C[\circ\circ] \xrightarrow{a} C[\circ\circ]F[]$. El resultado de aplicar una transición de este tipo a una pila $\Upsilon C[\alpha]$ será una pila $\Upsilon C[\alpha]F[]$.

En la tabla 11.9 se comparan las transiciones de los autómatas a pila embebidos ascendentes con las transiciones utilizadas por los autómatas lineales de índices orientados a la derecha. Aparentemente, el juego de transiciones de los BEPDA no completa el juego de transiciones de los R-LIA. Sin embargo, podemos observar que mediante las transiciones de los autómatas lineales de índices orientados a la derecha que tienen equivalente en los autómatas a pila embebidos ascendentes podemos obtener el resto de transiciones permitidas en los primeros, tal y como se muestra a continuación:

- Una transición $C[\circ\circ X] F[] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]$ puede emularse mediante la aplicación consecutiva de las transiciones $C[\circ\circ] F[] \xrightarrow{a} G'[\circ\circ]$ y $G'[\circ\circ X] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]$.
- Una transición $C[\circ\circ] F[] \xrightarrow{a} G[\circ\circ X]$ puede emularse mediante la aplicación consecutiva de las transiciones $C[\circ\circ] F[] \xrightarrow{a} G'[\circ\circ]$ y $G'[\circ\circ] \xrightarrow{a} G[\circ\circ X]$.
- Una transición $C[] F[\circ\circ X] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]$ puede emularse mediante la aplicación consecutiva de las transiciones $C[] F[\circ\circ] \xrightarrow{a} G'[\circ\circ]$ y $G'[\circ\circ X] \xrightarrow{a} G[\circ\circ]$.
- Una transición $C[] F[\circ\circ] \xrightarrow{a} G[\circ\circ X]$ puede emularse mediante la aplicación consecutiva de las transiciones $C[] F[\circ\circ] \xrightarrow{a} G'[\circ\circ]$ y $G'[\circ\circ] \xrightarrow{a} G[\circ\circ X]$.

donde G' es un nuevo símbolo de pila. En consecuencia, los autómatas a pila embebidos ascendentes son completamente equivalentes a los autómatas lineales de índices orientados a la derecha y a los autómatas lógicos a pila restringidos con estrategias *-ascendentes.

11.3.2. Autómatas con dos pilas ascendentes y autómatas lineales de índices orientados a la derecha

Los autómatas con dos pilas ascendentes presentan grandes similitudes con los autómatas lineales de índices orientados a la derecha. En particular, ambos modelos impiden predecir

información respecto a los índices en la fase de llamada. El mecanismo con el cual se maneja esta restricción es lo que los diferencia, pues mientras los primeros optan por la utilización de modos de escritura y de borrado y la restricción de las transiciones que es posible utilizar en cada modo, los autómatas lineales de índices orientados a la derecha optan por establecer una limitación mucho más simple, consistente en que todo símbolo de pila que es apilado debe tener asociada una pila de índices vacía. Teniendo en cuenta estas consideraciones, podemos establecer la correspondencia entre transiciones de ambos modelos autómatas que se muestra en la tabla 11.10.

Con respecto a dicha tabla, observamos que las transiciones $C[\] \xrightarrow{a} F[\]$ no forma parte del juego de transiciones básicas de los autómatas lineales de índices orientados a la derecha, aunque pueden ser definidas mediante la aplicación consecutiva de dos transiciones $C[\] \xrightarrow{a} C[\] F'[\]$ y $C[\] F'[\] \xrightarrow{a} F'[\]$, donde F' es un nuevo símbolo de pila. Por otra parte, las transiciones de tipo \triangleright **WRITE** se traducen por transiciones $C[\] \xrightarrow{a} C[\] F[\]$, que si bien no son transiciones elementales pueden ser emuladas mediante la aplicación consecutiva de las transiciones $C[\] \xrightarrow{a} C'[\]$ y $C'[\] \xrightarrow{a} C'[\] F[\]$, la adición de una transición $C'[\] G[\] \xrightarrow{a} K[\]$ por cada transición $C[\] G[\] \xrightarrow{a} K[\]$ presente en el autómata y la adición de una transición $C'[\] G[\] \xrightarrow{a} K[\]$ por cada transición $C[\] G[\] \xrightarrow{a} K[\]$ presente en el autómata, donde C' es un nuevo símbolo de pila.

En lo referente a las marcas de acción, las marcas \triangleright son redundantes puesto que se almacenan en la pila siempre que se realiza una operación de apilamiento en la pila maestra, independientemente de la operación realizada sobre la pila auxiliar. Las marcas \models^m de sesión son necesarias puesto que es preciso señalar los límites entre las distintas pilas de índices almacenadas en la pila auxiliar.

Considerando únicamente las operaciones realizadas sobre las pila maestra en el caso de los BU-2SA y las operaciones realizadas sobre los símbolos de pila en el caso de los R-LIA, observamos que ambos modelos de autómata presentan un comportamiento equivalente en este aspecto, tal y como sugiere la tabla 11.11.

En lo que respecta al tratamiento de los índices, las operaciones realizadas sobre la pila auxiliar de los BU-2SA se corresponden con las operaciones realizadas sobre la pila de índices asociada al símbolo de pila situado en la cima, tal y como se muestra en la tabla 11.11. En dicha tabla observamos que siempre que se crea una nueva sesión en BU-2SA se crea una pila de índices vacía en R-LIA y siempre que se elimina una sesión de las pilas del BU-2SA se elimina una pila de índices vacía en R-LIA.

Queda por tratar el tema de los modos en BU-2SA. En las derivaciones de llamada el elemento relevante lo constituye el hecho de que la sesión actual en la pila auxiliar está vacía. Por contra, el modo puede ser de escritura o de borrado. Lo mismo ocurre en el caso de las derivaciones de puntos especiales. En lo que respecta a las derivaciones de retorno, la información relevante se refiere al contenido de la sesión actual en la pila auxiliar, que no debe estar vacía. Por tanto, los modos de escritura y de borrado no juegan un papel relevante en este modelo de autómatas y pueden ser suprimidos.

Podemos establecer entonces una equivalencia entre configuraciones de tal modo que una configuración

$$(m, \Xi \models^{m'} A_1 \dots \triangleright A_{l-1} \triangleright A_l, \xi \models^{m'} \alpha, w)$$

de un autómata con dos pilas ascendente es equivalente a la configuración

$$(\Upsilon \models^{m'} A_1[\] \dots A_{l-1}[\] A_l[\alpha], w)$$

de un autómata lineal de índices orientado a la derecha, donde Ξ y ξ se obtienen a partir de Υ aplicando recursivamente la misma equivalencia entre configuraciones, teniendo en cuenta que Ξ se refiere a los símbolos de pila y marcas de acción de Υ y ξ a las pilas de índices.

Transición	BU-2SA	R-LIA
SWAP1	$(m, C, \epsilon) \xrightarrow{a} (m, F, \epsilon)$	$C[\text{oo}] \xrightarrow{a} F[\text{oo}]$
SWAP2	$(\mathbf{w}, C, \models^m) \xrightarrow{a} (\mathbf{e}, F, \models^m)$	$C[\] \xrightarrow{a} F[\]$
\models WRITE	$(m, C, \epsilon) \mapsto (\mathbf{w}, C \models^m F, \models^m)$	$C[\text{oo}] \mapsto C[\text{oo}] F[\]$
\triangleright WRITE	$(\mathbf{w}, C, \epsilon) \mapsto (\mathbf{w}, C \triangleright F, \epsilon)$	$C[\] \mapsto C[\] F[\]$
\models ERASE	$(\mathbf{e}, C \models^m F, \models^m) \mapsto (m, G, \epsilon)$	$C[\text{oo}] F[\] \mapsto G[\text{oo}]$
\rightarrow ERASE	$(\mathbf{e}, C \triangleright F, \epsilon) \mapsto (\mathbf{e}, G, \epsilon)$	$C[\] F[\text{oo}] \mapsto G[\text{oo}]$
\nearrow ERASE	$(\mathbf{e}, C \triangleright F, \eta') \mapsto (\mathbf{e}, G, \epsilon)$	$C[\] F[\text{oo}\eta'] \mapsto G[\text{oo}]$
\searrow ERASE	$(\mathbf{e}, C \triangleright F, \epsilon) \mapsto (\mathbf{e}, G, \eta)$	$C[\] F[\text{oo}] \mapsto G[\text{oo}\eta]$

Tabla 11.10: Correspondencia entre las transiciones de BU-2SA y R-LIA

Sin embargo, los BU-2SA no son equivalentes a los R-LIA, puesto que las transiciones definidas para los primeros no permiten emular las transiciones $C[\text{oo}\eta] F[\] \xrightarrow{a} G[\text{oo}]$ y $C[\text{oo}] F[\] \xrightarrow{a} G[\text{oo}\eta']$. En consecuencia, los autómatas con dos pilas ascendentes son un subconjunto propio de los autómatas lineales de índices orientados a la derecha y la técnica de tabulación desarrollada para los segundos puede ser aplicada a los primeros con las modificaciones pertinentes debidas a las diferentes estructuras de almacenamiento utilizadas en ambos casos.

Transición	Esqueleto		Índices	
	BU-2SA	R-LIA	BU-2SA	R-LIA
SWAP1	$C \xrightarrow{a} F$	$C \xrightarrow{a} F$	$\epsilon \xrightarrow{a} \epsilon$	$[oo] \xrightarrow{a} [oo]$
SWAP2	$C \xrightarrow{a} F$	$C \xrightarrow{a} F$	$\models^m \xrightarrow{a} \models^m$	$[] \xrightarrow{a} []$
\models WRITE	$C \mapsto C F$	$C \mapsto C F$	$\epsilon \mapsto \models^m$	$[oo] \mapsto [oo] []$
\triangleright WRITE	$C \mapsto C F$	$C \mapsto C F$	$\epsilon \mapsto \epsilon$	$[] \mapsto [] []$
\models ERASE	$C F \mapsto G$	$C F \mapsto G$	$\models^m \mapsto \epsilon$	$[oo] [] \mapsto [oo]$
\rightarrow ERASE	$C F \mapsto G$	$C F \mapsto G$	$\epsilon \mapsto \epsilon$	$[] [oo] \mapsto [oo]$
\nearrow ERASE	$C F \mapsto G$	$C F \mapsto G$	$\eta' \mapsto \epsilon$	$[] [oo\eta'] \mapsto [oo]$
\searrow ERASE	$C F \mapsto G$	$C F \mapsto G$	$\epsilon \mapsto \eta$	$[] [oo] \mapsto [oo\eta]$

Tabla 11.11: Esqueleto independiente del contexto y tratamiento de los índices en las transiciones de BU-2SA y R-LIA